**1.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ –**

**ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 13-14**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1 .**

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α του παρακάτω πίνακα με ένα στοιχείο της στήλης Β.

|  |  |
| --- | --- |
| Στήλη Α | Στήλη Β |
| **α)** 2x + 5x3x | **i)** 4x |
| **β)**  x3x + 4x | **ii)** 5x |
| **γ)** x +3x  6x | **iii)** 4x |
| **δ)** 2x + 4x7x | **iν)** 2x |

**Προτεινόμενη λύση**

Είναι 2x + 5x3x = ( 2 + 5 3)x = 4x

x3x + 4x = ( 13 + 4) x = 2x

x +3x  6x = (1 + 3 6)x = 4x

2x + 4x7x = (2 + 4 7)x =5x

Οι αντιστοιχίσεις είναι : α → iii , β → iν , γ→ i , δ → ii

**2.**

Για κάθε αλγεβρική παράσταση της 1ης στήλης του παρακάτω πίνακα δίνονται

τρεις απαντήσεις Α, Β και Γ, από τις οποίες μία μόνο είναι σωστή.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Α | Β | Γ |
| **α)** 2x4x + 6x = | 12x | 2x | 4x |
| **β)** 3y3y + 4y = | 4y | 10y | 5y |
| **γ )**  5α + 3α –α = | 3α | 3α | 9α |
| **δ)**  3α–4β + 4β5α = | 8α + 8β | 2α | 2α |

**Προτεινόμενη λύση**

Είναι 2x 4x + 6x = ( 24 + 6 )x = 4x

3y3y + 4y = ( 33 + 4) y = 4y

5α +3α  α = (5 + 3 1)α = 3α

3α4β + 4β5α = (35)α + (4 + 4)β = 2α

Οι αντιστοιχίσεις είναι : α → Γ β→ Α γ→Β δ→Γ

**3.**

Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης Α με την ίση της παράσταση που βρίσκεται στην στήλη Β

|  |  |
| --- | --- |
| Στήλη Α | Στήλη Β |
| **α)**  (3x + 5) + (x6 ) | **i)** 4x + 11 |
| **β)** (3x +5)(x6) | **ii)** 4x + 1 |
| **γ)** (3x +5)(x + 6) | **iii)** 4x  1 |
| **δ)**  (3x +5)(x6) | **iν)** 4x  1 |

**Προτεινόμενη λύση**

Είναι (3x + 5) + (x6 ) = 3x + 5+ x6 = 4x1

(3x + 5)(x6) = 3x + 5x + 6 = 4x + 11

(3x +5)(x + 6) = 3x + 5x  6 = 4x1

(3x +5)(x6) = 3x 5 x + 6 = 4x + 1

Οι αντιστοιχίσεις είναι : α → iν β→ i γ→iii δ→ ii

**Ασκήσεις**

**1.**

Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μία αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις

**α)** Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 12

**β)** Το άθροισμα δύο αριθμών πολλαπλασιασμένο επί 9

**γ)** Την περίμετρο ενός ορθογωνίου που το μήκος του είναι 2 m μεγαλύτερο από το

πλάτος του.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Έστω x ο αριθμός.

Τότε το τριπλάσιό του αυξημένο αυτό κατά 12 δίνεται από την παράσταση 3x + 12

**β)**

Έστω x, y είναι οι δύο αριθμοί

Τότε το άθροισμά τους πολλαπλασιασμένο επί 9 δίνεται από την παράσταση

9(x + y)

**γ)**

Έστω x είναι το πλάτος του ορθογωνίου.

Τότε το μήκος είναι x + 2, επομένως η περίμετρος του ορθογωνίου δίνεται από την παράσταση x + (x + 2 ) + x + (x+ 2 ) = x + x + 2 + x + x + 2 = 4x + 4

**2.**

Να χρησιμοποιήσετε μία μεταβλητή για να εκφράσετε με μία αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις.

**α)** Το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε 5kg πατάτες, αν

γνωρίζουμε την τιμή του 1kg.

**β)** Την τελική τιμή ενός προϊόντος, αν γνωρίζουμε ότι αυτή είναι η αναγραφόμενη

τιμή συν 19% ΦΠΑ

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Έστω x η τιμή του 1kg.

Τότε κόστος των 5 κιλών δίνεται από την παράσταση 5x

**β)**

Έστω x η αναγραφόμενη τιμή.

Τότε ο ΦΠΑ είναι x = 0,19x.

Επομένως η τιμή που θα πληρώσουμε δίνεται από την παράσταση x + 0,19x = 1,19x

**3 .**

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

**α)** 20x 4x + x

**β)** 7α8αα

**γ)** 14y + 12y + y

**δ)** 14ω12ωω + 3ω

**ε)** 6x + 3 + 4x 2

**στ)** β2β + 3β4β

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 20x 4x + x = 17x

**β)** 7α8αα = 16α

**γ)** 14y + 12y + y = 27y

**δ)** 14ω12ωω + 3ω = 17ω13ω = 4ω

**ε)** 6x + 3 + 4x 2 = 2x + 1

**στ)** β2β + 3β4β = 4β6β = 2β

**4.**

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

**α)** 2x 4y + 3x + 3y

**β)** 6ω2ω + 4α + 3ω + α

**γ)** x + 2y 3x  4y

**δ)** 8x + ω +3ω+ 2x x

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 2x 4y + 3x + 3y = 5xy

**β)** 6ω2ω + 4α + 3ω + α = 7ω + 5α

**γ)** x + 2y 3x  4y =2x2y

**δ)** 8x + ω +3ω + 2x x = 7x + 4ω

**5.**

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους

**α)** Α = 3( x + 2y) 2(2x + y) , όταν x = 1 και y = 2

**β)** Β = 5(2α3β) + 3(4βα) , όταν α = 3 και β = 5

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Α = 3( x + 2y) 2(2x + y) = 3x + 6y 4x2y = x + 4y

Για x = 1 και y = 2 έχουμε Α = 1 + 4(2) = 1 8 =9

**β)**

Β = 5(2α3β) + 3(4βα) = 10α15β + 12 β3α = 7α3β

Για α = 3 και β = 5 έχουμε Β = 7(3) 3⋅5= 2115 = 36

**6.**

Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων

**α)**  Α = 2(α3β) + 3(α + 2β) όταν α = 0,02 και β = 2005

**β)** Β = 3(x + 2y) + 2( 3x + y) + y όταν x + y = 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** Α = 2(α3β) + 3(α + 2β) = 2α6β + 3α + 6β = 5α

Για α = 0,02 έχουμε Α = 5⋅ 0,02 = 0,1

**β)** Β = 3(x + 2y) + 2( 3x + y) + y = 3x + 6y + 6x + 2y + y = 9x + 9y = 9( x + y)

Για x + y =  έχουμε Β = 9⋅= = 1

**7.**

Οι διαιτολόγοι για να εξετάσουν αν ένα άτομο είναι αδύνατο ή παχύ χρησιμοποιούν τον αριθμό  (δείκτης σωματικού βάρους ή body mass index , δηλαδή ΒΙΜ) , όπου Β το βάρος του ατόμου και υ το ύψος του σε μέτρα. Ανάλογα με το αποτέλεσμα αυτό το άτομο κατατάσσεται σε κατηγορία σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ΓΥΝΑΙΚΕΣ | ΑΝΔΡΕΣ |
| Κανονικό βάρος | 18,5 – 23,5 | 19,5 – 24,9 |
| 1ος βαθμός  παχυσαρκίας | 23,6 – 28,6 | 25 – 29,9 |
| 2ος βαθμός  παχυσαρκίας | 28,7 – 40 | 30 – 40 |
| 3ος βαθμός  παχυσαρκίας | πάνω από 40 | πάνω από 40 |

Να χαρακτηρίσετε :

**α)** τον Γιώργο με βάρος 87 κιλά και ύψος 1,75 μέτρα

**β)** την Αλέκα με βάρος 64 κιλά και ύψος 1,42 μέτρα

**γ)** τον εαυτό σας

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** = = ≈ 28,4 επομένως ο Γιώργος έχει 1ο βαθμό παχυσαρκίας

**β)** = = ≈ 31,7 επομένως η Αλέκα έχει 2ο βαθμό παχυσαρκίας

**γ)** Να λυθεί από τον αναγνώστη

**1.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 20-21**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Στις παρακάτω ισότητες να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει

**α)** 5 + … = 35 **β)** 5 ⋅ ..= 35 **γ)** 127 ……= 103

**δ)** 32… = 35 **ε)** 14 + . = 5 **στ)** 2 ⋅ … ..+ 3 =17

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 5 + x = 35

x = 35 5

x = 30

**β)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 5x = 35 άρα

x = 

x = 7

**γ)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 127x = 103

x = 127103

x = 24

**δ)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 32x = 35

x = 32 35

x = 3

**ε)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 14 + x = 5

x = 5 14

x = 9

**στ)**

Αν x είναι ο ζητούμενος αριθμός, τότε 2 ⋅x + 3 = 17

2x = 17 3

2x = 14

x = 7

Οι ισότητες γίνονται

**α)** 5 + 30 = 35 **β)** 5 ⋅ 7 = 35 **γ)** 127 24 = 103

**δ)** 32( 3) = 35 **ε)** 14 + (9) = 5 **στ)**  2 ⋅7 + 3 = 17

**2.**

Να εξετάσετε αν οι παρακάτω ισότητες είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)

**α)** Η εξίσωση 2x = 6 έχει λύση τον αριθμό 3

**β)** Η εξίσωση 2x + x = x είναι ταυτότητα

**γ)** Οι εξισώσεις x + 1= 5 και –x + 5 = 1 έχουν λύση τον ίδιο αριθμό

**δ)** Η εξίσωση 3x = 0 είναι ταυτότητα

**ε)** Η εξίσωση 0x = 0 είναι αδύνατη

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Επειδή 2⋅ 3 = 6, ο αριθμός 3 είναι λύση της εξίσωσης άρα η πρόταση είναι (Σ)

**β)**

2x + x = x οπότε 2x = 0 άρα x = 0.

Επομένως η εξίσωση έχει λύση μόνο τον αριθμό 0, συνεπώς δεν είναι ταυτότητα.

Άρα η πρόταση είναι (Λ)

**γ)**

x + 1= 5 άρα x = 5 – 1 = 4

–x + 5 = 1 άρα –x = 1–5 συνεπώς –x = – 4 άρα x = 4

Επομένως και οι δύο εξισώσεις έχουν λύση τον αριθμό 4, άρα η πρόταση είναι (Σ)

**δ)**

3x = 0 άρα x =  = 0, πράγμα που σημαίνει ότι η εξίσωση έχει μοναδική λύση το 0, επομένως δεν είναι ταυτότητα, οπότε η πρόταση είναι (Λ)

**ε)**

Είναι φανερό ότι η εξίσωση επαληθεύεται για οποιαδήποτε τιμή του x, δηλαδή είναι ταυτότητα. Άρα η πρόταση είναι (Λ)

**3.**

Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της στήλης Α με την λύση της στην στήλη Β.

|  |  |
| --- | --- |
| ΣΤΗΛΗ Α | ΣΤΗΛΗ Β |
| α) –2x = 4 | i) –8 |
| β) 3x = – 9 | ii) 3 |
| γ) x = – 4 | iii) –2 |
| δ) 2x = 3 + x | iν) –3 |

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**  –2x = 4 άρα x =  = – 2

**β)** 3x = – 9 άρα x =  = – 3

**γ)** x = – 4 άρα x = – 4 ⋅2 = – 8

**δ)** 2x = 3 + x άρα 2x – x = 3 οπότε x = 3

Συνεπώς οι σωστές αντιστοιχίσεις είναι α → iii β → iν γ → i δ → ii

**Ασκήσεις**

**1.**

Να εξετάσετε αν ο αριθμός που δίνεται είναι λύση της εξίσωσης

**α)**  – 2x + 3 = 21 x = – 7

**β)** 3x + 5 = 7,5 x = 0,5

**γ)** –3x + 4 = 7x – 6 x = 1

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Με αντικατάσταση του x από το – 7 βρίσκουμε – 2(– 7) + 3 = 21

14 + 3 = 21

17 = 21 πράγμα ψευδές

Οπότε ο – 7 δεν είναι λύση της εξίσωσης

**β)**

Με αντικατάσταση του x από το 0,5 βρίσκουμε 3⋅0,5 + 5 = 7,5

1,5 + 5 = 7,5

6,5 = 7,5 πράγμα ψευδές

Οπότε ο 0,5 δεν είναι λύση της εξίσωσης

**γ)**

Με αντικατάσταση του x από το 1 βρίσκουμε –3⋅1 + 4 = 7⋅1–6

–3 + 4 = 7 – 6

1= 1 πράγμα αληθές

Οπότε ο 1 είναι λύση της εξίσωσης

**2.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** 2x + 21 = 4 + x – 5

**β)** – 9 + 7y + y =1– 2y

**γ)** 3t –3( t + 1) = t + 2( t + 1) + 1

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 2x + 21 = 4 + x – 5

2x x = 4 – 5  21 άρα x = 22

**β)** – 9 + 7y + y =1– 2y

7y + y + 2y =1 + 9

10y = 10 άρα y =  = 1

**γ)** 3t –3( t + 1) = t + 2( t + 1) + 1

3t3t 3 = t + 2t + 2 + 1

3t3t t2t = 2 + 1 + 3

3t = 6 άρα t = = 2

**3.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** 4( 2x + 1) – 6(x – 1) = 3( x + 2)

**β)** 3(y + 1) + 2( y – 4) =2y – (y – 6)

**γ)** 6(ω + 2) + 3 = 3 – 2( ω – 4)

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 4( 2x + 1) – 6(x – 1) = 3( x + 2)

8x + 4 – 6x + 6 = 3x + 6

8x – 6x 3x = 664

x = 4 άρα x = 4

**β)** 3(y + 1) + 2( y – 4) =2y – (y – 6)

3y + 3 + 2y 8 = 2yy + 6

3y + 2y 2y + y = 6 + 8 3

4y = 11 άρα y = 

**γ)** 6(ω + 2) + 3 = 3 – 2( ω – 4)

6ω + 12 + 3 = 32ω + 8

6ω + 2ω = 3 + 8 123

8ω = 4 άρα ω = = 

**4 .**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)**  = 

**β)**  =

**γ )** = 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**  =  άρα 4⋅  = 4 ⋅

2( 2x + 3) = 1(3x5)

4x + 6 = 3x5

4x 3x = 56 άρα x =  11

**β)**  = άρα 12⋅ =12⋅

4( 7x6) = 3(5x + 2)

28x24 = 15x + 6

28x15x = 6 + 24

13 x = 30 άρα x = 

**γ )** =  άρα 4⋅= 4⋅

2⋅[2(x1) 2] = 1(13x)

2(2x22) = 13x

4x44 = 13x

4x + 3x = 1 + 4 + 4

7x = 9 άρα x =

**5.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** –  =  – 2

**β)** –  = y + 

**γ)** (ω + 4) – 7 = (1– ω) + 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

–  =  – 2 άρα 15⋅– 15⋅ = 15⋅ – 15⋅2

3(x + 4) 5( x4) = 1(13x) 30

3x + 12 5x + 20 = 13x 30

3x5x + 3x = 1301220

x =  61

**β)**

–  = y +  άρα 6⋅– 6⋅ = 6y + 6⋅

2(y1) 1(2y + 7) = 6y + 3(13y)

2y22y7 = 6y + 39y

2y2y + 9y6y = 3 + 2 + 7

3y = 12 άρα y = = 4

**γ )**

(ω + 4) – 7 = (1– ω) +  άρα  + 1 7 =  + 

28⋅ + 28⋅ 1 28⋅7 =28⋅ 28⋅ + 28⋅

7ω + 28 – 196 = 4  4ω + 7( ω23)

7ω + 28 196 = 4 4ω + 7ω161

7ω + 4ω 7ω = 4161 28 + 196

4ω = 11 άρα ω = 

**6.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** 3x – = 6 – 

**β)** 5 –= 12 –

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

3x – = 6 –  άρα 3x   + 5 = 6   + 2

3⋅3x3⋅ + 3 ⋅5 = 3⋅ 6 3⋅ + 3⋅2

9x 2x + 15 = 18 – x + 6

9x2x + x = 18 + 6 15

8x = 9 άρα x = 

**β)**

5 –= 12 – άρα 5   = 12 – t + 

6⋅56⋅  6⋅ = 6⋅12 – 6t + 6⋅

30 3( t + 1) 2( 1 + 2t) = 72 6t + 1( t + 5)

30 3t3 24t = 72 6t + t + 5

3t4t + 6tt = 72 + 5 30 + 3 + 2

2t = 52

t =  = 26

**7.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)**  = 

**β)**  = 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

 =  άρα 3⋅ = 1⋅

 = 1 + 

4⋅ = 4⋅1 + 4⋅

2( 3x + 3) = 4 + 1

6x + 6= 5

6x = 56

6x = 1 άρα x = 

**β)**

 =  άρα = 

= 

= 

3t  =  

4 ⋅3t 4⋅ = 4⋅  4⋅

12t2 = 105t

12t + 5t = 10 + 2

17t = 12 άρα τα t = 

**8.**

Για ποια τιμή του x είναι Α = Β

**α)** Α = 5x –3 , B = 12–2x

**β)** A = 2(x –1) +  , B = 6 + 

**Προτεινόμενη λύση**

α) Α = Β άρα 5x –3 = 12–2x

5x + 2x = 12 + 3

7x = 15 οπότε x = 

**β)** Α = Β άρα 2(x–1) +  = 6 + 

6⋅2(x–1) + 6⋅ = 6⋅ 6 + 6⋅

12(x1) + 9 = 36 + 2x

12x 12 + 9 = 36 + 2x

12x2x = 36 + 129

10x = 39 άρα x = = 3,9

**9.**

Δίνεται η εξίσωση μ( x + 6) –2 = ( 2μ –1)x + 2

**α)** Αν μ = 2, να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει λύση x = 8

**β)** Αν η εξίσωση έχει λύση x = 7, να αποδείξετε ότι μ = 3

**γ)** Αν μ = 1, να λύσετε την εξίσωση

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Για μ = 2 η εξίσωση γίνεται 2( x + 6) 2 = (2⋅ 21)x + 2

2x + 12 2 = 4xx + 2

2x 4x + x = 2 12 + 2

x = 8 άρα x = 8

**β)**

Για x = 7 η εξίσωση γίνεται μ( 7 + 6) 2 = (2μ1) ⋅7 + 2

13μ 2 = 14μ7 + 2

13μ14μ = 7 + 2+ 2

μ = 3 άρα μ = 3

**γ)**

Για μ = 1 η εξίσωση γίνεται 1( x + 6) 2 = (2⋅ 11)x + 2

x + 6 2 = x + 2

xx = 26 + 2 άρα 0x = 2

εξίσωση αδύνατη

**10.**

Δίνεται το διπλανό τρίγωνο.

**α)** Να βρείτε την τιμή του x ώστε να

είναι ισοσκελές με βάση την ΒΓ.

Ποιο είναι σε αυτή την περίπτωση

το μήκος της κάθε πλευράς ;

**β)** Να βρείτε την τιμή του x ώστε να είναι

ισοσκελές με βάση την ΑΒ . Ποιο είναι

σε αυτή την περίπτωση το μήκος της

κάθε πλευράς ;

**γ)** Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει τιμή του x

ώστε να είναι ισοσκελές με πλευρά την ΑΓ.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Θα πρέπει να ισχύει ΑΒ = ΑΓ

2x + 3 = x + 5

2xx = 53

x = 2

Τότε ΑΒ = 2⋅ 2+ 3 = 4 + 3 = 7, ΑΓ = 2 + 5 = 7, ΒΓ=2⋅ 2 + 1 = 4 + 1= 5

**β)**

Θα πρέπει να ισχύει ΑΓ = ΒΓ

x + 5 = 2x + 1

x2x = 15

x = 4

x = 4

Τότε ΑΓ = 4 + 5 = 9, ΒΓ = 2⋅ 4 + 1 = 9, ΑΒ = 2⋅ 4 + 3 = 8 + 3= 11

**γ)**

Θα πρέπει να ισχύει ΑΒ = ΒΓ

2x + 3 = 2x + 1

2x2x = 13

0x = 2 εξίσωση που είναι αδύνατη

**11.**

Δίνεται το ορθογώνιο του διπλανού σχήματος.

Να βρείτε τους αριθμούς x , y και ω

(το ω παριστάνει μοίρες)

**Προτεινόμενη λύση**

Πρέπει να ισχύουν : **α)** 3x1 = 11

3x = 11 + 1

3x = 12

x =  = 4

**β)** 2y + 3 = 152y

2y + 2y = 153

4y = 12

y =  = 3

**γ)** 2ω40ο = 90ο

2ω = 90ο + 40ο

2ω = 130ο

ω =  = 65ο

**Για διασκέδαση**

Μπορείτε να συμπληρώσετε τα κενά στα παρακάτω αριθμητικά σταυρόλεξα ;



**Προτεινόμενη λύση**

Στο 1ο σταυρόλεξο :

Ο αριθμός που λείπει στην τελευταία γραμμή είναι ο 13⋅17 + 39 = 221 + 39 = 260

Αν x είναι ο αριθμός που λείπει στην 1η γραμμή, τότε 2⋅ x + 5 = 11

2⋅ x = 115

2⋅ x = 6 άρα x =  = 3

Αν y είναι ο αριθμός που λείπει στην τρίτη στήλη, τότε 3⋅ y + 2 = 17

3⋅ y = 15

y = 5

Ομοίως εργαζόμενοι βρίσκουμε και τους υπόλοιπους αριθμούς

Το σταυρόλεξο «λυμένο» είναι



Με ανάλογη εργασία λύνοντας το 2ο

σταυρόλεξο βρίσκουμε ότι αυτό είναι

**1.3 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΥΠΩΝ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 24 – 25**

**Ερωτήσεις κατανόησης .**

**1.**

Η σχέση 3α = βγ αν λυθεί ως προς α, γίνεται

Α. α = βγ 3 Β. α = 3βγ Γ. α =  Δ. 4x

**2.**

Η σχέση α = β + γδ αν λυθεί ως προς β γίνεται

Α. β = γδα Β. β = αγδ Γ. β =  Δ. β = 

**3.**

Η σχέση α = β + γδ αν λυθεί ως προς γ γίνεται

Α. γ = αβδ Β. γ =δ Γ. γ =  Δ. γ = 

**4.**

Η σχέση α =  αν λυθεί ως προς γ γίνεται

Α. γ =  Β. γ = (αβ)δ Γ. γ =  Δ. γ = (αβ1)δ

**Προτεινόμενη λύση**

1 → Γ 2 → Β 3 → Γ 4→ Α

**Ασκήσεις**

Να επιλύσετε τους παρακάτω τύπους των μαθηματικών και της φυσικής ως προς την μεταβλητή που ζητείται

**1.**

Μήκος κύκλου L = 2πρ ως προς ρ

**Προτεινόμενη λύση**

L = 2πρ άρα 2πρ = L άρα ρ = 

**2.**

Περίμετρος ορθογωνίου Ρ = 2x + 2y ως προς y

**Προτεινόμενη λύση**

Ρ = 2x + 2y άρα Ρ2x = 2y

2y = Ρ 2x

y = 

**3.**

Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας κυλίνδρου Ε = 2πρυ ως προς ρ

**Προτεινόμενη λύση**

Ε = 2πρυ άρα 2πρυ = E άρα ρ = 

**4.**

Εξίσωση ευθείας αx + βy + γ = 0 ως προς y με β ≠ 0

**Προτεινόμενη λύση**

αx + βy + γ = 0 άρα βy = αx – γ άρα y = 

**5.**

Εμβαδόν παραλληλεπιπέδου Ε = 2(x y + y ω + xω) ως προς ω

**Προτεινόμενη λύση**

Ε = 2( x y + y ω + xω) άρα Ε = 2xy + 2yω + 2xω

E2xy = 2yω + 2xω

E2xy = ω(2y + 2x)

ω(2y + 2x) = Ε2xy άρα ω = 

**6.**

Ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση υ =  ως προς t

**Προτεινόμενη λύση**

υ =  άρα υt = S άρα t = 

**7.**

Εμβαδόν τραπεζίου Ε =  ως προς β

**Προτεινόμενη λύση**

2Ε = 2 άρα 2Ε = (β + Β ) υ

2Ε = βυ + Β υ

2Ε – Βυ = βυ

βυ = 2ΕΒυ άρα β =

**8.**

S =  ως προς λ

**Προτεινόμενη λύση**

(1λ) S = (1λ)  άρα S –Sλ = α

Sλ = αS

Sλ = Sα άρα λ= 

**9.**

Ρ = Ρο + εh , ως προς h

**Προτεινόμενη λύση**

ΡΡο = εh άρα εh = PPo άρα h = 

**10.**

Q = mcθ , ως προς c

**Προτεινόμενη λύση**

mcθ = Q άρα c = 

**11.**

F = Kc ως προς 

**Προτεινόμενη λύση**

r2 F = r2 Kc άρα r2 F = Kc 

Kc  = r2F άρα = 

**12.**

S = υοt + gt2 ως προς υο

**Προτεινόμενη λύση**

2S = 2υοt + 2 gt2 άρα 2S = 2υοt + gt2

2Sgt2 = 2υοt

2υοt = 2Sgt2 άρα υο = 

**13.**

Για ένα ιδεώδες αέριο σε κανονική πίεση ο όγκος του σε θερμοκρασία θο C δίνεται από τον τύπο V = Vο , όπου Vο ο όγκος σε θερμοκρασία 0ο C.

**α)** Να λύσετε τον τύπο ως προς θ

**β)** Στους 0ο C ένα ιδεώδες αέριο έχει όγκο Vo = 25cm3. Σε ποια θερμοκρασία

έχει όγκο 30 cm3 ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

V = Vο άρα V = Vο  + Vo 

273,15 V = 273,15Vo + 273,15 Vo

273,15 V = 273,15Vo + Voθ

273,15 V 273,15Vo = Voθ

Voθ = 273,15 V 273,15Vo

θ = 

**β)**

θ =  = 54,63o C

**14.**

Εμπειρικές μελέτες για την χιονόπτωση στη Βρετανία κατέληξαν στο εξής συμπέρασμα : Ο αριθμός D των ημερών ενός έτους στη διάρκεια των οποίων πέφτει χιόνι δίνεται κατά προσέγγιση από τον τύπο D = 0,155 h + 11, όπου h

είναι το υψόμετρο ενός τόπου σε μέτρα.

**α)** Σύμφωνα με τον τύπο αυτό, πόσες μέρες χιονίζει σε έναν τόπο που είναι

παραθαλάσσιος (h = 0) ;

**β)** Σε ποιο υψόμετρο χιονίζει 6 μήνες το χρόνο (180 ημέρες; ) και σε ποιο

υψόμετρο χιονίζει κάθε μέρα.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Για h = 0 έχουμεD = 11, οπότε σε έναν παραθαλάσσιο τόπο χιονίζει 11 ημέρες το χρόνο

**β)**

**i)** Για D = 180 έχουμε 180 = 0,155h + 11

18011 = 0,155h

169 = 0,155h άρα h =  = 1090,3

**ii)** Για D = 360 έχουμε 360 = 0,155h + 11

36011 = 0,155h

349 = 0,155h άρα h =  = 2251,6

**Για διασκέδαση**

Στην παρακάτω πυραμίδα κάθε αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των δύο αριθμών που βρίσκονται ακριβώς από κάτω του , όπως φαίνεται στο παράδειγμα



Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό x στις παρακάτω πυραμίδες ;



**Προτεινόμενη λύση**

Αν x ο ζητούμενος αριθμός, η πρώτη πυραμίδα γίνεται

****

Άρα 18 = x5 + x + 7

18 = 2x + 2

182 = 2x

16 = 2x οπότε x =  = 8

Συμπληρωμένη η πυραμίδα είναι



Η δεύτερη πυραμίδα γίνεται

Άρα πρέπει να ισχύει (5 + x + 2 ) + ( x + 2 + x +7) = 1

5 + x + 2 + x + 2 + x +7 =1

3x = 15 άρα x =  = 5

Η πυραμίδα συμπληρωμένη γίνεται



**1.4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ**

**ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 29 – 30**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένου κατά 4 είναι ίσο με 32.

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό;

Α. 2x4 = 32 Β. 2x + 32 = 4 Γ. 4x2 = 32 Δ. 2 x + 4 = 32

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x ο αριθμός, τότε η εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα είναι η

2 x + 4 = 32 Οπότε σωστή απάντηση είναι το Δ

**2.**

Ο Κώστας έχει 38 € και ο Γιάννης 14 €. Αγόρασαν από ένα σουβλάκι ο καθένας οπότε τα χρήματα που έχει τώρα ο Κώστας είναι τριπλάσια από τα χρήματα που έχει ο Γιάννης. Πόσο κοστίζει το κάθε σουβλάκι ; Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό ;

Α. 38 + x = 3x + 14 Β. 38x =3(14x)

Γ . 14x = 3(38x) Δ . 38 = 3⋅ 14 + x

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x € κοστίζει το σουβλάκι, τότε μετά την αγορά, στον Κώστα έμειναν 38 – x € και στον Γιάννη 14 – x €. Τότε, σύμφωνα με το πρόβλημα, 38x = 3(14x).

Συνεπώς σωστή απάντηση η Β

Λύνοντας την εξίσωση 38x = 3(14x) έχουμε

38x = 423x άρα 2x = 4 οπότε x = 2

συνεπώς το σουβλάκι κοστίζει 2 €

**Ασκήσεις**

**1.**

Να βρεθούν οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ αν η μία είναι διπλάσια της άλλης.

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι η μικρότερη γωνία τότε η μεγαλύτερη είναι 2x, και επειδή το άθροισμα τους είναι 90ο έχουμε την εξίσωση x + 2x = 90

3x = 90 άρα x = 30

Oπότε η μία γωνία είναι 30ο και η άλλη 60ο

**2.**

Στα παρακάτω σχήματα, το ορθογώνιο και το τρίγωνο έχουν ίσες περιμέτρους.

Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου .



**Προτεινόμενη λύση**

Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι ίση με 2x + 2(x7) και του τριγώνου 3x. Επειδή οι περίμετροι είναι ίσες, έχουμε την εξίσωση 2x + 2(x7) = 3x

2x + 2x14 = 3x

2x + 2x3x = 14

x = 14

Συνεπώς η μία διάσταση του ορθογωνίου είναι 14 και η άλλη 147 = 7

**3.**

Ένας πατέρας είναι 44 ετών και ο γιος του είναι 8 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού ;

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω ότι το ζητούμενο θα συμβεί μετά από x χρόνια.

Τότε ο πατέρας θα είναι 44 + x ετών και ο γιος 8 + x ετών.

Σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε 44 + x = 3(8 + x)

44 + x = 24 + 3x

x3x = 2444

2x = 20 άρα x = 10

**4.**

Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το  του ποσού,

ο δεύτερος πήρε το  του ποσού και ο τρίτος πήρε το  του ποσού και 100 € ακόμη. Να βρείτε το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν και το μερίδιο του

καθενός.

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω x το αρχικό ποσό.

Τότε ο πρώτος πήρε μερίδιο ίσο με x

o δεύτερος πήρε μερίδιο ίσο με x

o τρίτος πήρε μερίδιο ίσο με x + 100

Επειδή το άθροισμα των μεριδίων είναι ίσο με το αρχικό ποσό, έχουμε την εξίσωση

x + x + x + 100 = x άρα 12⋅x + 12⋅x + 12⋅x + 12⋅100 =12⋅ x

3x + 4x + 4x + 1200 = 12x

x = 1200

Το αρχικό ποσό είναι 1200

Ο πρώτος φίλος πήρε ⋅1200 = 300 €

Ο δεύτερος φίλος πήρε ⋅1200 = 400 €

Ο τρίτος φίλος πήρε ⋅1200 + 100 = 400 + 100 = 500 €

**5.**

Το ρεζερβουάρ ενός αυτοκινήτου περιέχει διπλάσια ποσότητα βενζίνης από το ρεζερβουάρ ενός άλλου αυτοκινήτου. Αν το πρώτο αυτοκίνητο καταναλώσει 34 λίτρα και το δεύτερο 7 λίτρα, θα μείνει ίδια ποσότητα στα δύο αυτοκίνητα. Πόσα

λίτρα βενζίνης περιέχει κάθε αυτοκίνητο ;

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι η ποσότητα της βενζίνης στο δεύτερο αυτοκίνητο πριν την κατανάλωση, τότε στο πρώτο θα είναι 2x. Μετά την κατανάλωση, η βενζίνη θα είναι στο δεύτερο x7 ενώ στο πρώτο 2x34 και σύμφωνα με το πρόβλημα 2x34 = x7

x = 27

Άρα το ένα αυτοκίνητο θα έχει 27 λίτρα βενζίνη και το άλλο 2⋅ 27 = 54 λίτρα

**6.**

Δώδεκα μικρά λεωφορεία των 8 και των 14 ατόμων μεταφέρουν συνολικά 126

επιβάτες. Πόσα λεωφορεία είναι των 8 και πόσα των 14 θέσεων ;

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι το πλήθος των λεωφορείων με 8 θέσεις , τότε το πλήθος των λεωφορείων με 14 θέσεις είναι 12x.

Τα 8θεσια λεωφορεία μεταφέρουν 8x επιβάτες και τα 14θεσια 14(12x). Επειδή το σύνολο των επιβατών είναι 126, έχουμε την εξίσωση

8x + 14(12x) = 126 άρα 8x + 16814x = 126

6x = 42

x = 7

Οπότε είναι 7 λεωφορεία των 8 θέσεων και 5 των 14 θέσεων.

**7.**

Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου είναι 8 m και 12m. Για να διπλασιάσουμε το εμβαδόν του, αυξάνουμε την μεγαλύτερη διάσταση κατά 4 m. Πόσο πρέπει να

αυξήσουμε την μικρότερη διάσταση ;

**Προτεινόμενη λύση**

Το εμβαδόν του ορθογωνίου με διαστάσεις 8 m και 12m είναι Ε = 8⋅ 12 = 96m2

και το διπλάσιο αυτού είναι 2⋅96 = 192 m2

Αν αυξήσουμε την μικρότερη διάσταση κατά x μέτρα και την μεγαλύτερη κατά 4 μέτρα, οι διαστάσεις θα γίνουν 8 + x και 16 μέτρα.

Τότε πρέπει να ισχύει 16( x + 8) = 192

16x + 128 = 192

16x = 192128

16x = 64 άρα x = 4

**8.**

Ο Πέτρος και ο Σάκης αμείβονται για την εργασία τους με την ώρα. Ο Πέτρος κερδίζει 2 € την ώρα περισσότερα από το Σάκη. Όταν ο Πέτρος εργάζεται 7 ώρες και ο Σάκης 5 ώρες , ο Σάκης κερδίζει 26€ λιγότερα από τον Πέτρο. Να βρεθεί το

ωρομίσθιο καθενός

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω ότι x € είναι το ωρομίσθιο του Σάκη.

Τότε το ωρομίσθιο του Πέτρου είναι x + 2 €.

Για 7 ώρες ο Πέτρος θα εισπράξει 7(x + 2) € ενώ ο Σάκης για 5 ώρες θα εισπράξει 5x €.

Σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε την εξίσωση 7(x + 2) = 5x + 26

7x + 14 = 5x + 26

7x5x = 2614

2x = 12 άρα x = 6

Δηλαδή το ωρομίσθιο του Σάκη είναι 6 € και του Πέτρου είναι 8 €.

**9.**

Όλα μου τα στυλό εκτός από 3 είναι μπλε , όλα μου τα στυλό εκτός από 4 είναι

κόκκινα , όλα μου τα στυλό εκτός από 5 είναι μαύρα. Πόσα στυλό έχω ;

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω ότι έχω x στυλό.

Τότε τα μπλε στυλό είναι x 3

τα κόκκινα είναι x4 και

τα μαύρα x5

Προσθέτοντας όλα τα χρώματα βρίσκω το πλήθος των στυλό.

Οπότε x3 + x4 + x5 = x

2x = 12 άρα

x = 6

Επομένως έχω 6 στυλό

**10.**

Το τρίαθλο είναι ένα αγώνισμα που περιλαμβάνει έναν αγώνα κολύμβησης έναν αγώνα ποδηλασίας και έναν αγώνα δρόμου. Η συνολική απόσταση που διανύει ένας αθλητής και στα τρία αγωνίσματα είναι 51,5 km. Ο αγώνας δρόμου γίνεται σε μία απόσταση που είναι κατά 8,5 km μεγαλύτερη από την απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας κολύμβησης. Ο αγώνας ποδηλασίας γίνεται σε μία απόσταση τετραπλάσια από αυτήν του αγώνα δρόμου.

**α)** Υποθέτοντας ότι στο παρακάτω σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα x παριστάνει την

απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας δρόμου , να αντιγράψετε και να

συμπληρώσετε το σχήμα με τις πληροφορίες της υπόθεσης.



**β)** Ποια απόσταση διανύει ένας αθλητής σε κάθε αγώνισμα ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Αγώνας δρόμου x km

Αγώνας κολύμβησης x – 8,5 km

Αγώνας ποδηλασίας 4x km

Συνολική απόσταση = αγώνας δρόμου + αγώνας κολύμβησης + αγώνας ποδηλασίας

Άρα 51,5 = x + x8,5 + 4x

**β)** 51,5 = x + x8,5 + 4x

51,5 + 8,5 = 6x

60 = 6x άρα x = 10

Επομένως ο αθλητής διανύει 10 km δρόμου

κολυμπάει 108,5 = 1,5 km

και κάνει ποδήλατο 4⋅10 = 40km

**1.5 ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 36 – 37**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Να συμπληρώσετε τα κενά :

**α)** Αν x < 3 τότε x + 3 ……. **β)** Αν x < 3 τότε …..

**γ)** Αν x > 5 τότε x  3 ……. **δ)** Αν x ≤ 6 τότε …..

**ε)** Αν x ≥2 τότε 2x ……. **στ)**  Αν x < 4 τότε …..

**ζ)** Αν x < 7 τότε 3x ……. **η)** Αν x ≤ τότε 4x …..

**Προτεινόμενη λύση**

Εφαρμόζοντας ιδιότητες των ανισώσεων έχουμε

**α)** Αν x < 3 τότε x + 3 < 6 **β)** Αν x < 3 τότε  < 

**γ)** Αν x > 5 τότε x  3 > 2. **δ)**  Αν x ≤ 6 τότε  ≥2

**ε)** Αν x ≥2 τότε 2x ≥4 **στ)** Αν x < 4 τότε  < 6

**ζ)** Αν x < 7 τότε 3x >21 **η)** Αν x ≤ τότε 4x ≥ 2

**2.**

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ (σωστές) ή Λ (λανθασμένες)

**α)** Αν α < β τότε α16 < β16 Σ

**β)** Αν α < β τότε α < β Λ

**γ)** Αν α < 0 τότε 2α < α Σ

**δ)** Αν α >1 τότε > 1 Λ

**ε)** Αν α < 5 τότε α < 8 Σ

**στ)** Η ανίσωση 3x5 > 7 έχει λύση τον αριθμό x = 4 Λ

**ζ)** Η ανίσωση x + 500 > x + 499 αληθεύει για κάθε αριθμό x Σ

**η)** Η ανίσωση x + 500 > x + 501 αληθεύει για κάθε αριθμό x Λ

**θ)** Η ανίσωση 2x 3 < 3x 2 έχει λύσεις τους αριθμούς x < 1 Λ

**Ασκήσεις**

**1.**

Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους

**α)** 8x + 4 ≤ 16 + 5x

**β)** x + 3 > 2

**γ)** – (1x) > 2x1

**δ)** 7x + 3 ≤ 4x

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

8x + 4 ≤ 16 + 5x άρα 8x – 5x ≤ 164

 3x ≤ 12 άρα

x ≤ 4

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

 **β)**

x + 3 > 2 άρα x > 5

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**γ)**

– (1x) > 2x1 άρα 1 + x >2x 1

x2x > 0

 x > 0

x < 0

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**δ)**

7x + 3 ≤ 4x άρα 7x + x ≤ 43

6x ≤ 1

6x ≥1

 x ≥ 

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**2.**

Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους.

**α)** 3(ω 1) > ω2

**β)** 2x + 2 – (x2) ≥ 4 x

**γ)** 3y –1(y +2) < 2(y + 2) + 1

**δ)**  4(t + 5) < t 4

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

3(ω 1) > ω2 άρα 3ω3 > ω2

3ωω>2 + 3

2ω > 1

 ω > 

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**β)**

2x + 2 – (x2) ≥ 4 x άρα 2x + 2 – x + 2 ≥ 4 x

2xx + x ≥ 4 22

2x ≥ 0

 x ≥ 0

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**γ)**

3y –1(y +2) < 2(y + 2) + 1 άρα 3y –1y2 < 2y + 4 + 1

3yy2y < 4 +1 + 1+ 2

 0y < 8 ανίσωση που αληθεύει για κάθε αριθμό y

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**δ)**

4(t + 5) < t 4 άρα 4t + 20 < t4

4tt < 420

3t < 24

 t < 8

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**3.**

Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους.

**α)**   >1

**β)** 2(x + 1) ( x + 1) > 

**γ)** x + 3 + –> 0

**δ)** >2

**ε)**  ω  < 

**στ)** t +  >  + 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

  > 1 άρα 12⋅  12⋅>12⋅1

3(3x4) 4(2x) > 12

9x12 8 + 4x > 12

9x + 4x > 12 + 12 + 8

13x > 32

 x > 

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**β)**

2(x + 1) ( x + 1) >  άρα 2⋅2(x + 1) 2⋅( x + 1) > 2⋅

4(x + 1) 3(x + 1) > x

4x + 4 3x3 > x

4x3xx > 4 + 3

 0x >1 ανίσωση που αληθεύει για κάθε αριθμό x

Παράσταση λύσεων στην ευθεία των ρητών

**γ)**

x + 3 + – > 0 άρα 6⋅x + 6⋅3 + 6⋅ – 6⋅> 0

6x + 18 + 3(x + 2) 2(x + 1) >0

6x + 18 + 3x + 6 2x2 >0

6x + 3x – 2x > 186 + 2

7x > 22

 x >

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**δ)**

> 2 άρα >2

12⋅12⋅>12⋅2

3(x + 1) + 2(x + 1) 2( x + 7) > 24

3x + 3 + 2x + 2 – 2x 14 > 24

3x > 2432 + 14

 3x > 33 άρα x > 11

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**ε)**

ω  <  άρα 4⋅ω 4⋅ < 4⋅4⋅

4ω2( ω2) < 2( ω1) –1( ω3)

4ω2ω + 4 < 2ω 2 – ω + 3

4ω2ω 2ω + ω < 2 + 3 4

ω < 3



Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**στ)**

t +  >  +  άρα 28⋅t + 28⋅ > 28⋅ + 28⋅ 

28t + 7( t + 1) > 4( 2t1) + 27t

28t + 7t + 7 > 8t 4 + 27t

28t + 7t 8t27t > 4 – 7

 0t > 11 ανίσωση που αληθεύει για κάθε αριθμό t

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**4.**

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

**α)** x 4 < 1 και 2x < 3

**β)** 2(x + 1) + x >62x και 7x8 > 3(x + 3) + 7

**γ)** 3x 1 >2(1x) + 7 και 3(1x) ≥ 6

**δ)** 3y 15 >(y + 2) και y < y5

**ε)** 2x 1 < 7 και 3(x1) >6 και x ≥ 3(x2)

**στ)** > και 2(3x1) + x > 2( x + 5) 1 και 3 + x < 2( x3)

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

x 4 < 1 και 2x < 3

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση

x 4 < 1 2x< 3

x < 5 x < 3 2

x < 1

x >1



Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Κοινές λύσεις είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει 1 < x < 5

**β)**

2(x + 1) + x >62x και 7x8 > 3(x + 3) + 7

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση

2(x + 1) + x > 62x 7x8 > 3(x + 3) + 7

2x + 2 + x >62x 7x8 > 3x + 9 + 7

2x + x + 2x > 6 – 2 7x 3x > 9 + 7 + 8

5x > 4 4x > 24

 x >  x > 6

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Κοινές λύσεις είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει x > 6

**γ)**

3x 1 > 2(1x) + 7 και 3(1x) ≥ 6

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση

3x1 > 2(1x) + 7 3(1x) ≥ 6

3x1 > 22x + 7 33x ≥ 6

3x + 2x > 2 + 7 + 1 3x ≥ 6 3

5x > 10 3x ≥ 3

 x > 2 x ≤ 1

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Συμπεραίνουμε ότι οι ανισώσεις δεν έχουν κοινές λύσεις

**δ)**

3y 15 >(y + 2) και y < y5

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση

3y 15 >(y + 2) y < y5

5⋅3y 5⋅15 >5⋅(y + 2) 21⋅y 21⋅<21⋅ y21⋅5

15y 75 > 2(y + 2) 7 ⋅2y 5 < 21y – 105

15y 75 > 2y + 4 14y 5 <21 y 105

15y2y > 4 + 75 14y21y < 105 + 5

13y > 79 7y < 100

 y >  y > 

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Κοινές λύσεις είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει y >

**ε)**

2x 1 < 7 και 3(x1) >6 και x ≥ 3(x2)

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση Τρίτη ανίσωση

2x 1 < 7 3(x1) >6 x ≥ 3(x2)

2x < 7 +1 3x3 > 6 x ≥ 3x6

2x < 8 3x> 6 + 3 x3x ≥ 6

x < 4 3x > 3 2x ≥ 6

x > 1 x ≤ 3



Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Κοινές λύσεις είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει 1 < x ≤ 3

**στ)**

 >  και 2(3x1) + x > 2( x + 5) 1 και 3 + x < 2( x3)

Πρώτη ανίσωση Δεύτερη ανίσωση Τρίτη ανίσωση > 2(3x1) + x > 2( x + 5) 1 3 + x < 2( x3)

6⋅ > 6⋅ 6x2 + x >2x 10 1 3 + x < 2x 6

3(3x1) > 2(2x + 1) 6x + x + 2x > 101 + 2 x2x < 63

9x3 > 4x + 2 9x > 9 x < 9

9x4x > 3 + 2 x > 1 x > 9

5x > 5 x > 1 x > 9

x > 1 x > 1 x > 9

 Παράσταση λύσεων στην ευθεία

Κοινές λύσεις είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει x > 9

**5.**

Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους.

**α)** 7 < 2x + 1 ≤ 19

**β)** – 1 < 12x < 3

**γ)** 3 ≤ 5x + 1 ≤ 8

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

7 < 2x + 1 ≤ 19 άρα 7 1< 2x ≤ 19 1

8 < 2x ≤ 18

 4 < x ≤ 9

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**β)**

– 1 < 12x < 3 άρα 1 1< 2x < 3 1

2 < 2x < 2

2 > 2x > 2

 1 > x > 1

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**γ)**

3 ≤ 5x + 1 ≤ 8 άρα 31 ≤ 5x ≤ 8 1

2 ≤ 5x ≤ 7

 ≤ x ≤

Παράσταση λύσεων στην ευθεία

**6.**

Για ποιες τιμές του θετικού ακεραίου αριθμού μ , έχουμε ότι ο Α = 2(μ3) 4 είναι αρνητικός;

**Προτεινόμενη λύση**

Πρέπει να ισχύει Α < 0

2(μ3) 4 < 0

2μ6 4 <0

2μ < 4 + 6

2μ < 10 άρα μ < 5

Επειδή ο μ είναι θετικός ακέραιος, δεκτές τιμές είναι οι : 1 , 2 , 3 , 4

**7.**

Για ποιες τιμές του αριθμού α η ανίσωση 2x – 3α + 1> α ( x1) έχει λύση τον αριθμό x = 2 ;

**Προτεινόμενη λύση**

Πρέπει να ισχύει 2⋅2 – 3α + 1> α ( 21)

43α + 1 > α

3α α > 1 4

4α > 5

4α < 5 άρα α < 

**8.**

Η Άννα είχε τριπλάσια χρήματα από τη Μαρία , αλλά δαπάνησε 14 € και τώρα έχει λιγότερα από τη Μαρία. Να αποδείξετε ότι η Μαρία έχει λιγότερα από 7 €.

**Προτεινόμενη λύση**

Aν x € είναι τα χρήματα της Μαρίας, τότε πριν την δαπάνη η Άννα έχει 3x € και μετά την δαπάνη 3x 14 € . Τότε σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε 3x14 < x

3xx < 14

2x < 14

x < 7

Οπότε πράγματι η Μαρία είχε λιγότερα από 7€.

**9.**

Ο Γιώργος έχει γράψει δύο διαγωνίσματα με βαθμούς 12 και 14. Τι βαθμό πρέπει να γράψει στο επόμενο διαγώνισμα για να έχει μέσον όρο πάνω από 14 ;

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι ο βαθμός του τρίτου διαγωνίσματος, τότε πρέπει  > 14

3⋅>3⋅14

12 + 14 + x > 42

x > 42 12 14

x > 16

Επειδή ο μεγαλύτερος βαθμός στο Λύκειο είναι το 20, θα πρέπει 16 < x ≤ 20

**10.**

Μία εταιρεία κινητής τηλεφωνίας « Parlanet» προτείνει στους πελάτης της δύο πακέτα συνδρομής :

1ο : Πάγια 7,50 € το μήνα και χρέωση 0,254 € το λεπτό

2ο : Πάγιο 15€ το μήνα και χρέωση 0,204 € το λεπτό

Από πόσο χρόνο ομιλίας και πάνω συμφέρει το 2ο πακέτο ;

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x λεπτά είναι ο χρόνος ομιλίας το μήνα, για να συμφέρει το 2ο πακέτο πρέπει

15 + 0,204x < 7,50 + 0,254x

0,204x – 0,254x < 7,50 – 15

0,05x < 7,5

0,05x > 7,5

x >  = 150

Για να συμφέρει επομένως το 2ο πακέτο, πρέπει ο χρόνος ομιλίας να είναι μεγαλύτερος από 150 λεπτά.

**11.**

Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει μήκος 80m , περίμετρο μικρότερη από 240 m και εμβαδόν μεγαλύτερο από 3000m2. Πόσα μέτρα μπορεί να είναι το πλάτος του ;

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x μέτρα είναι το πλάτος, τότε η περίμετρος Π είναι Π = 2⋅80 + 2x

και το εμβαδόν Ε = 80x

Σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε 3000 < Ε και Π < 240 δηλαδή

3000 < 80x και 2⋅80 + 2x < 240

 < x και 160 + 2x < 240

37,5 < x και 2x < 80

37,5 < x και x < 40

Επομένως το πλάτος μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 37,5 μέτρα και μικρότερο από 40 μέτρα.