**2.1 ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 43 – 44**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1 .**

Για τους x , y ισχύει : y = . Στις παρακάτω ερωτήσεις επιλέξτε την σωστή απάντηση

**α)** Ο x είναι

 Α. θετικός ή μηδέν Β. αρνητικός ή μηδέν Γ. οποιοσδήποτε αριθμός

**β)** Ο y είναι

 Α. θετικός ή μηδέν Β. αρνητικός ή μηδέν Γ. οποιοσδήποτε αριθμός

**γ)**  Ισχύει η σχέση :

 Α. x2 = y Β. y 2 = x Γ. x2 = y2

**Απάντηση**

**α** . Α **β** . Α **γ** . Β

**2.**

Η εξίσωση x2 = 16 έχει λύσεις

Α . μόνο το 4 Β . μόνο το 4 Γ . το 4 και το 4

**Προτεινόμενη λύση**

Το Γ

**3.**

|  |  |
| --- | --- |
| ΣΤΗΛΗ Α  | ΣΤΗΛΗ Β |
| 9 | 16 |
| 16 | 3 |
| 4 | 2 |
| 25 | 8 |
| 36 | 5 |
|  | 18 |
|  | 6 |
|  | 4 |

Στον διπλανό πίνακα να αντιστοιχίσετε σε κάθε

αριθμό της στήλης Α την τετραγωνική του ρίζα

που βρίσκεται στη στήλη Β.

**Απάντηση**

9→3 , 16 → 4 , 4→2 , 25 → 5 , 36→6

**4.**

Να εξετάσετε αν αληθεύουν οι παρακάτω προτάσεις

α)  = 8 β)= 16 γ) = 3 δ)= 0, 2

**ε)** = 3 στ) η δεν υπάρχει ζ) = 2 η)  = 5

θ) = 53 = 2 ι)= 50

**Απάντηση**

α → ψευδής , β → ψευδής , γ → αληθής , δ → ψευδής ,

ε→ ψευδής , στ → ψευδής , ζ → ψευδής , η → αληθής

θ→ ψευδής ι → ψευδής

**5.**

Αν x είναι ένας θετικός αριθμός, στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξτε τη σωστή

Απάντηση.

**1**. Αν = 5 τότε

 Α. x = 10 B. x = 25 Γ. x = 25 Δ. x = 2,5 Ε. η σχέση είναι

 αδύνατη

**2**. Αν = 9 τότε

 Α. x = 3 B. x = 81 Γ. x = 4,5 Δ. x = ± 81 Ε. η σχέση είναι

 αδύνατη

**3**. Αν = 16 τότε

 Α . x = 4 B . x = 4 Γ . x = 256 Δ. x = 8 Ε . η σχέση είναι

 αδύνατη

**4**. Αν = x τότε

 Α. x = 10 B . x = 50 Γ. x = 100 Δ. x = ±10 Ε. η σχέση είναι

 αδύνατη.

**Απάντηση**

1. Β , 2.Β , 3. Ε , 4. Α

**Ασκήσεις**

**1.**

Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες

**α)**  ,  , 

**β)**  ,  ,  , 

**γ)**  ,  ,  , 

**δ)**  ,  ,  , 

**Απάντηση**

**α)**  = 9 ,  = 0,9 ,  = 90

**β)**  = 2 , = 0,2 ,  = 20 ,  = 200

**γ)** = 11 ,  = 1,1, = 110 , = 0,11

**δ)** =  , =  ,  = , = 

**2.**

Να υπολογίσετε τους αριθμούς

**α)**  = **β)** = **γ)** = **δ)** =

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**  = 6 , **β)** = = 6

**γ)** = = 18 **δ)** = 18

**3.**

Να τοποθετήσετε σε κάθε τετράγωνο έναν κατάλληλο αριθμό ώστε να ισχύει η αντίστοιχη ισότητα

**α)**  =  **β)** = 5 **γ)**  = 6

**δ)** + 2= 11 **ε)** 2= 0 **στ)**  += 6

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**  =  **β)** = 5 **γ)**  = 6

**δ)** + 2= 11 **ε)** 2= 0 **στ)**  += 6

Στην **(στ)** μπορούμε να βάλουμε και τους αριθμούς

 += 6 ή  += 6 ή  += 6 ή

 += 6 ή  += 6 ή  += 6

**4.**

Να αποδείξετε ότι

**α)**  = 2 **β)** = 2 **γ)** = 3

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** = =  = =2

**β)** = === =2

**γ)** = =

 ==

 = =

 =  =  = = 3

**5.**

Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά των παρακάτω ορθογωνίων τριγώνων

 

**Προτεινόμενη λύση**

A : x2 = 62 + 82 B: 132 = y2 + 122 Γ: 52 = 32 + β2

 x2 = 36 + 64 169 = y2 + 144 25 = 9 + β2

 x2 = 100 169144= y2  259 = β2

 x = = 10 25 = y2  16 = β2

 y =  = 5 β = = 4

Δ : α2 = 212 + 202 Ε: 372 = γ2 + 122 Ζ : 852 = 362 + ω2

 α2 = 441 + 400 1369 = γ2 + 144 7225 = 1296 + ω2

 α2 = 841 1369144= γ2  72251296 = ω2

 α = = 29 1225 = γ2  5929 = ω2

 γ =  = 35 ω = = 77

**6.**

Να βρείτε τους θετικούς αριθμούς x που ικανοποιούν τις εξισώσεις

**α)** x2 = 9 **β)** x2 = 25 **γ)** x2 = 64 **δ)** x2 = 

**Απάντηση**

**α)** x = = 3 **β)** x = = 5 **γ)** x = = 8 **δ)** x = = 

**7.**

Να υπολογίσετε το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου

ΑΒΓ του διπλανού σχήματος.

**Προτεινόμενη λύση**

Ξέρουμε ότι το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση

ισοσκελούς τριγώνου διέρχεται από το μέσο της

βάσης. Άρα ΒΔ = = 1,2

Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΔ

ΑΒ2 = ΑΔ2 + ΒΔ2 άρα 3,72 = ΑΔ2 + 1,22

 13,69 = ΑΔ2 + 1,44

 13,691,44 = ΑΔ2

 12,25 = ΑΔ2

 ΑΔ = = 3,5

**8.**

Να υπολογίσετε την διαγώνιο ενός ορθογωνίου γηπέδου που έχει διαστάσεις

65 m και 72 m.

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω ΑΒΓΔ το ορθογώνιο γήπεδο με ΑΒ = 72m

και ΑΔ = 65m.

Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΔ

ΒΔ2 = ΑΔ2 + ΑΒ2 άρα ΒΔ2 = 652 + 722

 ΒΔ2 = 4225 + 5184

 ΒΔ2 = 9409

 ΒΔ = = 97

**9.**

Το τετράγωνο ενός θετικού αριθμού, αν αυξηθεί κατά 8, γίνεται ίσο με το τριπλάσιο

του τετραγώνου του αριθμού αυτού. Ποιός είναι ο αριθμός αυτός ;

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Τότε σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε x2 + 8 = 3x2

 2x2 = 8

 x2 = 4 άρα x = = 2

**10.**

****Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το μήκος x

**Προτεινόμενη λύση**

Πυθαγόρειο στο κάτω τρίγωνο α2 = 42 + 32

 α2 = 16 + 9

 α2 = 25 άρα α == 5

Πυθαγόρειο στο επόμενο 132 = α2 + β2

 132 = 52 + β2

 169 = 25 + β2

 144 = β2 άρα β ==12

Πυθαγόρειο στο επόμενο γ2 = 92 + β2

 γ2 = 92 + 122

 γ2 = 81 + 144

 γ2 =225 άρα γ == 15

Πυθαγόρειο στο επόμενο 172 = x2 + γ2

 289 = x2 + 152

 289 = x2 + 225

 64 = x2 άρα x ==8

**11.**

Να συγκρίνετε τους αριθμούς  , α , α2 στις παρακάτω δύο περιπτώσεις

**α)** Αν α > 1 π.χ α = 4 , α = 9 , α = 16

**β)** Αν 0 < α < 1 πχ α =  , α = , α = 

Τι παρατηρείτε ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** Αν α = 4 τότε  = = 2 και α2 = 42 = 16

 Και αφού 2 < 4 < 16 θα είναι  < α < α2

 Ομοίως, αν α = 9 ή α = 16 θα είναι  < α < α2

**β)** Αν α =  τότε  = =  και α2 =  = 

 Και αφού  <  <  θα είναι α2 < α < 

 Ομοίως αν α =  ή α =  θα είναι α2 < α < 

Παρατηρούμε ότι : αν α > 1 τότε  < α < α2

 αν 0 < α < 1 τότε α2 < α < 

**12.**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  | **⋅** |  |
| 9 | 4 |  |  |  |  |
| 36 | 49 |  |  |  |  |

Τι συμπεραίνετε ;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  | **⋅** |  |
| 9 | 4 | 3 | 2 | 3⋅2 = 6 | 6 |
| 36 | 49 | 6 | 7 | 6⋅7 = 42 | 42 |

**Απάντηση**

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι

Συμπεραίνουμε ότι **⋅** = 

**13.**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  |  |  |
| 4 | 16 |  |  |  |  |
| 25 | 36 |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  |  |  |
| 4 | 16 | 2 | 4 | = |  |
| 25 | 36 | 5 | 6 |  |  |

 Τι συμπεραίνετε ;

 **Απάντηση**

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι

Συμπεραίνουμε ότι  = 

**14.**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  | **+** |  |
| 9 | 16 |  |  |  |  |
| 64 | 36 |  |  |  |  |

Τι συμπεραίνετε ;

**Προτεινόμενη λύση**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | β |  |  | **+** |  |
| 9 | 16 | 3 | 4 | 3 + 4 = 7 | 5 |
| 64 | 36 | 8 | 6 | 8 + 6 = 14 | 10 |

Ο πίνακας συμπληρωμένος

Συμπεραίνουμε ότι

**+**≠ 

**Για διασκέδαση**

**1.**

Ρώτησαν έναν μαθηματικό του 20ου αιώνα πόσων ετών είναι . Αυτός απάντησε ως εξής : Η τετραγωνική ρίζα του έτους που γεννήθηκα είναι ακριβώς ίση με την σημερινή μου ηλικία . Πόσων ετών ήταν , πότε γεννήθηκε και ποια χρονολογία έγινε

η ερώτηση ;

**Προτεινόμενη λύση**

Παρατηρώ ότι 432 = 1849 < 1900

 442 = 1936 > 1900

 452 = 2025 > 2000

Αφού ο μαθηματικός γεννήθηκε μέσα στον 20ου αιώνα, σήμερα είναι 44 ετών και γεννήθηκε το 1936.

Η ερώτηση έγινε το έτος 1936 + 44 = 1980

**2.**

Μπορείτε να αλλάξετε την θέση ενός μόνο σπίρτου ώστε να προκύψει ισότητα ;



**Προτεινόμενη λύση**



 → ( = 1)

**2.2 ΑΡΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ**

 **ΑΡΙΘΜΟΙ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδας 48**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Αν τοποθετήσουμε τους αριθμούς στην ευθεία των πραγματικών αριθμών, να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστές και ποιες είναι λανθασμένες

 Σωστό Λάθος

**α)** 4 < < 5 Λ

**β)** 1,4 <<1,5 Σ

**γ)** 7 < < 8 Λ

**δ)** 10 < < 11 Λ

**ε)** 1,7 < < 1,8 Σ

**στ)** 2 < < 3 Σ

**Απάντηση**

Φαίνετε παραπάνω

**2.**

Στον άξονα των πραγματικών αριθμών έχουμε τοποθετήσει τα σημεία Α , Β , Γ, Δ , Ε και Ζ . Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση



**α)** Ο αριθμός  πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο Α Ε Γ Δ

**β)** Ο αριθμός  πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο Γ Δ Ε Ζ

**γ)** Ο αριθμός  πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο Γ Β Δ Α

**δ)** Ο αριθμός  πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο Γ Δ Β Α

**Απάντηση**

 α → Δ , β→Ε , γ→ Γ , δ →Β

**Ασκήσεις**

**1.**

Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

**α)**  ,  **β)**  ,  **γ)**  ,  , 

**Απάντηση**

**α)**  = άρρητος , = 2 = ρητός

**β)**  = = ρητός ,  = άρρητος

**γ)** = άρρητος ,  = = 3 = ρητός ,  = 18 = ρητός

**2.**

Τοποθέτησε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς

**α)** , , , 1 ,  **β)** , , 2 , 

**γ)** 1+  ,  **δ)**  , 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Χρησιμοποιώντας υπολογιστή τσέπης βρίσκουμε ότι

 ≈ 2,23 ,  ≈ 2,64 , ≈ 1,73 ,  ≈ 1,41

και αφού 1< 1,41< 1,73 < 2,23 < 2,64 θα είναι 1 < < <<

Ομοίως βρίσκουμε ότι

**β)**

< 2 < < 

**γ)**

 < 1+ 

**δ)**

 < 

**3.**

Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις έως και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών

**α)**  , **β)** , **γ)** , **δ)** 

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Είναι 12 = 1 , 22 = 4 και = 3

αλλά 1 < 3 < 4 άρα 1 < < 2

Επίσης 1,72 = 2,89 και 1,82 = 3,24

αλλά 2,89 < 3 < 3,24 άρα 1,7 <  < 1,8

Επίσης 1,732 = 2,9929 και 1,742 = 3,0276

αλλά 2,9929 < 3 < 3,0276 άρα 1,73 <  < 1,74

Επομένως με δύο δεκαδικά ψηφία μία προσέγγιση του  είναι η 1,73

Ομοίως βρίσκουμε ότι

**β)**

= 2,23 ,

**γ)**

 = 2,64

**δ)**

= 2,82

Βέβαια θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε υπολογιστή τσέπης οπότε η δουλειά

μας θα ήταν πολύ ποιό απλή .

**4.**

Να λυθούν οι εξισώσεις

**α)** x2 = 0 **β)** x2 = 5 , **γ)** x2 = 3 , **δ)** x2 = 17

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** x2 = 0 άρα x == 0

**β)** x2 = 5 άρα x =  ή x = 

**γ)** x2 = 3 εξίσωση αδύνατη

**δ)** x2 = 17 άρα x =  ή x = 

**5.**

Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 12 cm2. Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού το μήκος

της πλευράς του.

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου τότε x2 = 12 άρα

x = = 3,46 cm

**6.**

Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 12cm . Να βρείτε

**α)** Το μήκος της πλευράς του με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων

**β)** Την ακριβή τιμή του εμβαδού του

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Έστω x το μήκος της πλευράς του τετραγώνου.

Πυθαγόρειο : δ2 = x2 + x2

 122 = 2x2

 144 = 2x2

 72 = x2  άρα x = = 8,48 cm

**β)**

Το εμβαδόν Ε είναι ίσο με : Ε = x2 = 72 cm 2

**2.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 51 – 52**

**Ασκήσεις**

**1.**

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σταυρού

του διπλανού σχήματος.

**Προτεινόμενη λύση**

Συμπληρώνοντας τον σταυρό έχουμε

το παρακάτω σχήμα

 Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και το Πυθαγόρειο

 θεώρημα έχουμε ΑΓ2 = ΑΒ2 + ΒΓ2 άρα

 400 = x2 + (2x)2

 400 = x2 + 4x2

400 = 5x2 **(1)**

 Όμως ο σταυρός αποτελείται από 5 τετραγωνάκια

 πλευράς x, άρα το εμβαδόν του Ε είναι ίσο με :

 Ε = 5x2

 Και λόγω της (1), Ε = 400cm2

**2.**

Το ανάπτυγμα σε χαρτόνι μιας πυραμίδας αποτελείται

από το τετράγωνο ΑΒΓΔ ,που η διαγώνιος του είναι

10 cm, και τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα, που οι ίσες

πλευρές τους είναι 8cm.

Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας της πυραμίδας

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω x η πλευρά του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

Πυθαγόρειο : ΑΓ2 = ΑΒ2 + ΒΓ2

 102 = x2 + x2

 100 = 2x2 άρα

 x2 = 50

 x = cm

Επομένως το εμβαδόν του τετραγώνου είναι

ίσο με 50 cm2 και η πλευρά του x = cm.

Ένα από τα τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα και το

ύψος του ΚΛ φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Γνωρίζουμε ότι το Λ είναι το μέσο της βάσης,

άρα ΑΛ = 

Πυθαγόρειο στο τρίγωνο ΑΚΛ : ΑΚ2 = ΚΛ2 + ΑΛ2

 82 = ΚΛ2 + 

 64 = ΚΛ2 + 

 ΚΛ2 = 64 

 ΚΛ2 = άρα ΚΛ == 7,17

Το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσο με Ε = β⋅υ = ⋅⋅7,17 =

 ≈ 25,5 cm2

Οπότε το εμβαδόν Ε΄ της επιφάνειας της πυραμίδας είναι ίσο με

Ε΄ = 50 + 4 ⋅25,5 = 152 cm2

**3.**

Οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου

 ΚΛΜ είναι Κ(0, 2), Λ( 2, 3) και Μ( 1, 0).

Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

**Προτεινόμενη λύση**

Από τα ορθογώνια τρίγωνα ΚΜΟ , ΜΑΛ και ΒΚΛ

έχουμε : ΚΜ2 = ΚΟ2 + ΟΜ2

 ΚΜ2 = 22 + 12 = 5

 ΛΜ2 = ΜΑ2 + ΑΛ2

 ΛΜ2 = 12 + 32 = 10

 ΚΛ2 = ΚΒ2 + ΒΛ2

 ΚΛ2 = 12 + 22 = 5

Άρα ΚΛ2 + ΚΜ2 = 5 + 5 = 10 = ΛΜ2

Οπότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με

υποτείνουσα ΛΜ

**4.**

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά 12 cm. Αν Ε είναι το μέσο της διαμέσου

ΑΔ , να υπολογιστεί το μήκος της ΒΕ.

**Προτεινόμενη λύση**

Επειδή η διάμεσος είναι και ύψος, το τρίγωνο ΒΑΔ

είναι ορθογώνιο.

Πυθαγόρειο στο ΒΑΔ : ΒΑ2 = ΑΔ2 + ΒΔ2

 122= ΑΔ2 + 62

 144 = ΑΔ2 + 36

 ΑΔ2 = 108 άρα ΑΔ = 

 οπότε ΕΔ = 

 Πυθαγόρειο στο τρίγωνο ΒΕΔ : ΒΕ2 = ΒΔ2 + ΕΔ2

 ΒΕ2 = 62 + 

 ΒΕ2 = 36 +  = 

 οπότε ΒΕ = = 7,94 m

**5.**

Δύο πλευρές ενός τριγώνου έχουν μήκος 10cm και 8cm αντίστοιχα.

Να βρεθεί η τρίτη πλευρά του τριγώνου ώστε το τρίγωνο να είναι ορθογώνιο

(να διακρίνετε δύο περιπτώσεις).

**Προτεινόμενη λύση**

α) Όταν οι δοσμένες πλευρές είναι οι κάθετες.

 Έστω x η υποτείνουσα. Τότε x2 = 102 + 82

 x2 =164 άρα

 x = 

β) Όταν οι δοσμένες πλευρές είναι μία κάθετη (8cm), και η υποτείνουσα (10cm)

 Έστω y η άλλη κάθετη. Τότε 102 = 82 + y2

 100 = 64 + y2

 y2 = 36

 y = 6

**6.**

Οι κουκκίδες του παρακάτω σχήματος απέχουν 1cm οριζόντια και κατακόρυφα

**α)** Να ενώσετε δύο κουκκίδες ώστε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που

 σχηματίζεται να είναι i)cm, ii)cm, iii)cm

**β)** Να ενώσετε τέσσερις κουκκίδες ώστε να σχηματιστεί τετράγωνο με εμβαδόν

 i) 2cm2, ii) 5cm2 , iii) 13 cm2

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

 i) Το τμήμα ΒΓ έχει μήκος ΒΓ =cm.

 Πράγματι από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

 έχουμε ότι ΒΓ2 = ΑΒ2 + ΑΓ2

 ΒΓ2 = 12 +12

 ΒΓ2 = 2

 ΒΓ = cm

ii) Το τμήμα ΔZ έχει μήκος ΔZ =cm

 Πράγματι από το ορθογώνιο τρίγωνο ΔZΕ έχουμε ότι ΔΖ2 = ΔΕ2 + ΕΖ2

 ΔΖ2 = 22 +12

 ΔΖ2 = 5

 ΔΖ = cm

iii) Το τμήμα ΙΘ έχει μήκος ΙΘ =cm όπως εύκολα προκύπτει από το ορθογώνιο

 τρίγωνο Ι Η Θ

**β)**

i) Το τετράγωνο ΒΓΛΚ με πλευρά το

 τμήμα ΒΓ του α) i) ερωτήματος έχει

 εμβαδόν Ε = ΒΓ2 = = 2cm 2

ii) Το τετράγωνο ΔΖΝΜ με πλευρά το

 τμήμα ΔΖ του α) ii) ερωτήματος έχει

 εμβαδόν Ε = ΔΖ2 = = 5cm 2

iii) Το τετράγωνο ΙΘΡΤ με πλευρά το τμήμα ΙΘ του α) iii) ερωτήματος έχει

 εμβαδόν Ε = ΙΘ2 = = 13cm 2



**7.**

Το σήμα της φωτογραφίας έχει σχήμα ισοπλεύρου

τριγώνου με πλευρά 60 cm και στηρίζεται σε κολόνα

ύψους 2m. Να βρείτε την απόσταση της κορυφής Κ

της πινακίδας από το έδαφος .

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω ΑΒΓ το ισόπλευρο τρίγωνο του

σήματος και ΑΔ ύψος του, το οποίο

είναι ως γνωστό και διάμεσος.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ και το

Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ΑΔ2 = ΑΒ2ΒΔ2

 ΑΔ2 =602302

 ΑΔ2 = 3600900

 ΑΔ2 =2700

 ΑΔ = = 51,9 cm

Επομένως η απόσταση της κορυφής Κ από το έδαφος είναι ίση με

2 m + 51,9 cm = 200 cm + 51,9c m = 251,9 cm

**8.**

Τα βέλη στην άσφαλτο αποτελούνται από ένα κίτρινο ορθογώνιο και ένα κίτρινο ισοσκελές τρίγωνο . Οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι 20cm και 2,3 m

Το τρίγωνο έχει βάση 60cm και ίσες πλευρές 2,1 m . Πόσα περίπου τέτοια βέλη μπορούμε να βάψουμε με 1 κιλό κίτρινο χρώμα, το οποίο μπορεί να καλύψει επιφάνεια 540 dm2 ;



**Προτεινόμενη λύση**

Το εμβαδόν του ορθογωνίου τμήματος του βέλους

είναι ίσο με Εορθ  = 20 cm ⋅ 2,3m –

 = 0,20 ⋅ 2,3 m2 =

 = 0,46 m2

Αν ΑΒΓ είναι το ισοσκελές τρίγωνο και ΑΔ το ύψος

του, το οποίο ως γνωστό είναι και διάμεσος, τότε από

το τρίγωνο ΑΒΔ και το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

 ΑΔ2 = ΑΒ2ΒΔ2

 ΑΔ2 = 2,120,302

 ΑΔ2 = 4,410,09

 ΑΔ2 = 4,32 άρα ΑΔ = = 2,07 m

Επομένως το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίσο με

ΕΑΒΓ =  =  = 0,62 m2

Μετά από αυτά το εμβαδόν του βέλους είναι ίσο με Εβ = 0,46 + 0,62 =

 = 1,08 m2 =

 = 1, 08 ⋅100 dm2 =

 = 108dm2

Με ένα κιλό χρώμα μπορούμε να βάψουμε 540 : 108 = 5 βέλη

**9.**

 Οι μπάρες που είναι τοποθετημένες στις δύο

άκρες ενός δρόμου απέχουν μεταξύ τους 8m .

Ένα φορτηγό έχει περίγραμμα ορθογωνίου

με μήκος 7,5 m και πλάτος 2,4 m . Είναι

δυνατόν ο οδηγός να κάνει ελιγμούς ώστε

να κάνει αναστροφή ;

**Προτεινόμενη λύση**

Για να μπορεί ο οδηγός να κάνει αναστροφή θα πρέπει η διαγώνιος δ να έχει μήκος μικρότερο από τα 8 m.

Πυθαγόρειο : δ2  = 7,52 + 2,42 =

 = 56,25 + 5,76 =

 = 62,01

 άρα δ =  = 7,87 m

Επομένως είναι δυνατόν ο οδηγός να κάνει αναστροφή .