**2.1 ΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥΣ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Α΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.**

Δίνεται η παράσταση Α = [] **: **

**i)** Να δείξετε ότι Α = 

**ii)** Να βρείτε την τιμή της παράστασης για x = 2010 και y = 

**Λύση**

**i)**

Α = [] **:  =** [****] **:** 

= **** **:** 

= ** = **

**ii)**

Α = (x y =  =  = 1

**2.**

Να βρείτε την τιμή της παράστασης A = , για x = 0,4

και y = – 2,5.

**Λύση**

A =  = 

= 

= 

=  = 

=  = 1

**3.**

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις **:**

**i)** –  **ii)** 99 . 101 **iii)** 

**Λύση**

**i)**

–  = (1001 – 999)(1001 + 999)

= 2 . 2000

= 4000

**ii)**

99 . 101 = (100 – 1)(100 + 1)

=  – 

= 10000 – 1 = 9999

**iii)**

 = 

=  = 3

**4.**

**i)** Να δείξετε ότι (α + β– (α – β= 4αβ

**ii)** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης **:**

**** – ****

**Λύση**

**i)**

(α + β– (α – β= + 2+ – (– 2+ )

= + 2+ –+ 2–

= 4

**ii)**

Εφαρμόζουμε το (i)

**** – **=**  4  .  = 4

**5.**

**i)** Να αποδείξετε ότι – (α – 1)(α + 1) = 1

**ii)** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης **:**

(1,3265– 0,3265 . 2,3265

**Λύση**

**i)**

– (α – 1)(α + 1) = – (– 1)

= – + 1 = 1

**ii)**

Από το (i), για α = 1,3265 παίρνουμε

– (1,3265 – 1)( 1,3265 + 1) = 1  (1,3265– 0,3265⋅2,3265 = 1

**6.**

Να δείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών (του μικρότερου από το μεγαλύτερο) ισούται με το άθροισμά τους.

**Λύση**

Έστω ν , ν + 1 δύο διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί.

Είναι (ν + 1–  = + 2ν + 1 –

= 2ν + 1 = ν + ν + 1

**7.**

Αν ν φυσικός αριθμός, να δείξετε ότι ο αριθμός + +  είναι πολλαπλάσιο του 7.

**Λύση**

+ +  = + . 2 + . 

= (1 + 2 + 4) = .7

**Β΄ OΜΑΔΑΣ**

**1.i)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση 

**Λύση**

 =  =  = α 1

**1.ii)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση 

**Λύση**

 = 

=  = 

**2.i)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση 

**Λύση**

 = 

= 

=  = 

**2.ii)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση .

**Λύση**

. = . = 1

**3.i)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση (x + y.

**Λύση**

(x + y. = (x + y

= (x + y

= (x + y

= (x + y = 

**3.ii)**

Να απλοποιήσετε την παράσταση .

**Λύση**

. = . = . = .

= . =  = 

**4.**

Να δείξετε ότι **:**  = 1

**Λύση**

**:**  = **:** 

=  **.**  = 1

**5.**

Έστω α, β και γ τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις **:**

**i)** Αν  =  = 

**ii)** Αν α – β = β – γ = γ – α

**Λύση**

**i)**

Από ιδιότητα των αναλογιών είναι  =  =  =  = 1 

 = 1 και = 1

α = β και β = γ

**ii)**

α – β = β – γ = γ – α  α – β = β – γ και β – γ = γ – α

α = 2β – γ και β – γ = γ – (2β – γ)

α = 2β – γ και β – γ = γ – 2β + γ

α = 2β – γ και 3β = 3γ

α = 2β – γ και β = γ

α = 2γ – γ και β = γ

α = γ και β = γ

**6.**

Να δείξετε ότι, αν ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο L = 4α και εμβαδόν Ε =, τότε το ορθογώνιο αυτό είναι τετράγωνο με πλευρά ίση με α.

**Λύση**

Έστω x, y οι διαστάσεις του ορθογωνίου.

Τότε 2x + 2y = 4α και xy =   x + y = 2α και xy = 

y = 2α – x και xy = 

y = 2α – x και x(2α – x) = 

y = 2α – x και 2αx –  = 

y = 2α – x και 0 = – 2αx + 

y = 2α – x και 0 = (α – x

y = 2α – x και 0 = α – x

y = 2α – x και x = α

y = 2α – α και x = α

y = α και x = α

**7.**

Να δείξετε ότι **:**

**i)** Αν α ρητός και β άρρητος, τότε α + β άρρητος

**ii)** Αν α ρητός με α0 και β άρρητος, τότε α .β άρρητος

**Λύση**

Ακολουθούμε τη μέθοδο της απαγωγής σε άτοπο.

**i).**

Έστω ότι ο αριθμός α + β είναι ρητός.

Τότε και ο (α + β) – α = β (διαφορά ρητών) θα είναι ρητός, που είναι άτοπο

αφού β άρρητος

**ii)**

Έστω ότι ο αριθμός α .β είναι ρητός.

Τότε και ο  = β (πηλίκο ρητών) θα είναι ρητός, που είναι άτοπο

αφού β άρρητος

**2.2 ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Α΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.i)**

**Ν**α αποδείξετε ότι .

**Λύση**

Αρκεί να δειχθεί ότι 

» 

»  που ισχύει

**1.ii)**

**Ν**α αποδείξετε ότι 

**Λύση**

Αρκεί να δειχθεί ότι 

» 

» 

»  που ισχύει.

**2.**

**Ν**α αποδείξετε ότι + – 2α + 1  0. Πότε ισχύει η ισότητα**;**

**Λύση**

+ – 2α + 1 = (– 2α +1) + = (α – 1+  0 + 0 = 0

+ – 2α + 1 = 0  (α – 1+ = 0

α – 1 = 0 και β = 0

α = 1 και β = 0

**3.**

Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x και y σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις **:**

**i)** Αν (x – 2+ (y + 1= 0 **ii)** Αν +– 2x + 4y + 5 = 0

**Λύση**

**i)**

(x – 2+ (y + 1= 0  x – 2 = 0 και y + 1 = 0

x = 2 και y = – 1

**ii)**

+– 2x + 4y + 5 = 0  +– 2x + 4y + 1 + 4 = 0

(– 2x + 1) + (+ 4y + 4) = 0

(x – 1+ (y + 2= 0

x – 1 = 0 και y + 2 = 0

x = 1 και y = – 2

**4.**

Αν 4,5 < x < 4,6 και 5,3 < y < 5,4, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις

**i)** x + y **ii)** x – y **iii)**  **iv)** +

**Λύση**

**i)**

Προσθέτουμε κατά μέλη **:** 4,5 + 5,3 < x + y < 4,6 + 5,4

9,8 < x + y < 10

**ii)**

5,3 < y < 5,4  – 5,3 > – y > – 5,4  – 5,4 < – y < – 5,3 **(1)**

αλλά 4,5 < x < 4,6 **(2)**

(2) + (1) **:**  – 0,9 < x – y < – 0,7

**iii)**

5,3 < y < 5,4   >  > 

 >  > 

 <  <  **(3)**

(2).(3) **:**  4,5.  < x.  < 4,6.    <  < 

**iv)**

4,5 < x < 4,6  (4,5 <  < (4,6  20,25 <  < 21,16 **(4)**

5,3 < y < 5,4  (5,3 <  < (5,4  28,09 < < 29,16 **(5)**

(4) + (5) **:** 48,34 < +< 50,32

**5.**

Το πλάτος x και το μήκος y ενός ορθογωνίου ικανοποιούν τις ανισότητες

2 < x < 3 και 3 < y < 5. Αν αυξήσουμε το πλάτος κατά 0,2 και ελαττώσουμε το μήκος κατά 0,1, να βρείτε τις δυνατές τιμές **:**

**i)** της περιμέτρου **ii)** του εμβαδού του νέου ορθογωνίου

**Λύση**

**i)**

Οι διαστάσεις του νέου ορθογωνίου είναι x + 0,2 y – 0,1

2 < x < 3  2 + 0,2 < x + 0,2 < 3 + 0,2

2,2 < x + 0,2 < 3,2 **(1)**

4,4 < 2(x + 0,2) < 6,4 **(2)**

3 < y < 5  3 – 0,1 < y – 0,1 < 5 – 0,1

2,9 < y – 0,1 < 4,9 **(3)**

5,8 < 2(y – 0,1) < 9,8 **(4)**

(2) + (4) **:** 10,2 < περίμετρος < 16,2

**ii)**

(1). (3) **:** 2,2 . 2,9 < (x + 0,2)( y – 0,1) < 3,2 . 4,9

6,38 < εμβαδόν < 15,68

**6.**

Αν 0  α < β, να δείξετε ότι  < 

**Λύση**

 <   α(1 + β) < β(1 + α)

α + αβ < β + βα

α < β που ισχύει

**7.**

Να βρείτε το λάθος στους παρακάτω συλλογισμούς **:**

Έστω x > 5. Τότε x > 5

5x > 25

5x –  > 25 – 

x(5 – x) > (5 + x)(5 – x)

x > 5 + x

0 > 5

**Λύση**

x > 5  5 – x < 0

Οπότε, από x(5 – x) > (5 + x)(5 – x)  x < 5 + x και όχι x > 5 + x

**Β΄ OΜΑΔΑΣ**

**1.**

Δίνονται ένα κλάσμα  με θετικούς όρους και ένας θετικός αριθμός γ. Να αποδείξετε ότι **:**

**i)** Αν  < 1, τότε  > 

**ii)** Αν  > 1, τότε  < 

**Λύση**

 >   (α + γ)β > α(β + γ)

αβ + γβ > αβ + αγ

γβ > αγ

β > α

1 >  που ισχύει

**ii)**

 <   (α + γ)β < α(β + γ)

αβ + γβ < αβ + αγ

γβ < αγ

β < α

1 <  που ισχύει

**2.**

Αν α > 1 > β, να αποδείξετε ότι α + β > 1+αβ.

**Λύση**

Αρκεί να δειχθεί ότι  > 0

»  > 0

»  > 0 (**1)**

Η υπόθεση  > 1 >    > 1 και 1 > 

 > 0 και  > 0

 > 0

**3.**

Αν α, β θετικοί αριθμοί, να δείξετε ότι (α + β)  4

**Λύση**

Αρκεί να δειχθεί ότι  (Ε.Κ.Π = αβ > 0, αφού α,β > 0)







 που ισχύει.

**4.**

**Ν**α αποδείξετε ότι **:**

**i)**  **ii)** 

**Λύση**

**i)**

  

+ 

+ +   0 που ισχύει

**ii)**

  

+ 

+ +   0 που ισχύει

**2.3 ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Α΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.**

Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτες τιμές.

**i)**  **ii)** 

**iii)** +  **iv)**  – 

**Λύση**

**i)**

 = π – 3

**ii)**

 = – (π – 4) = 4 – π

**iii)**

+  = – (3 – π) + 4 – π = –3 + π + 4 – π = 1

**iv)**

 –  = – (–) – (–) = –+ – +  = 0

**2.**

Αν 3 < x < 4, να γράψετε χωρίς την απόλυτη τιμή την παράσταση + 

**Λύση**

3 < x  x – 3 > 0   = x – 3

x < 4  x – 4 < 0   = – (x – 4) = – x + 4

Άρα +  = x – 3 – x + 4 = 1

**3.**

Nα γράψετε χωρίς την απόλυτη τιμή την παράσταση – , όταν

**i)** x < 3 **ii)** x > 4

**Λύση**

**i)**

x < 3  x – 3 < 0   = – (x – 3) = – x + 3

x < 3  x < 4  4 – x > 0   = 4 – x

Άρα –  = – x + 3 – (4 – x) = – x + 3 – 4 + x = –1

**ii)**

x > 4 4 – x < 0  = – (4 – x) = – 4 + x

x > 4 x > 3  x – 3 > 0   = x – 3

Άρα –  = x – 3 – (– 4 + x) = x – 3 + 4 – x = 1

**4.**

Αν αβ, να βρείτε την τιμή της παράστασης 

**Λύση**

 =  =  = 1

**5.**

Αν x0 και y0, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση

Α = + 

**Λύση**

 Όταν x, y θετικοί **:** Α = +  = 1 + 1 = 2

 Όταν x, y αρνητικοί **:** Α = +  = –1 – 1 = – 2

 Όταν x θετικός, y αρνητικός **:** Α = +  = 1 – 1 = 0

 Όταν x αρνητικός, y θετικός **:** Α = +  = –1 + 1 = 0

**6.**

Η διάμετρος ενός δίσκου μετρήθηκε και βρέθηκε 2,37dm. Το λάθος της μέτρησης είναι το πολύ 0,005dm. Αν D είναι η πραγματική διάμετρος του κύκλου, τότε **:**

**i)** Να εκφράσετε την παραπάνω παραδοχή με τη βοήθεια της έννοιας της

απόστασης.

**ii)** Να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων βρίσκεται η τιμή D.

**Λύση**

**i)**

d( D, 2,37 )  0,005

**ii)**

d( D, 2,37 )  0,005    0,005

– 0,005  D – 2,37  0,005

– 0,005 + 2,37  D  0,005 + 2,37

2,365  D  2,375

**7.**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπως δείχνει η πρώτη γραμμή του.

**ΠΙΝΑΚΑΣ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Απόλυτη τιμή | Απόσταση | Διάστημα ή ένωση  διαστημάτων |
|  |  | [2, 6] |
|  | d(x, –3) < 4 | (–7, 1) |
|  | d(x, 4) > 2 | (–, 2)(6, +) |
|  | d(x, –3)  4 | (–, –7][1, +) |  |
| < 1 | d(x, 5) < 1 | (4, 6) |
| > 2 | d(x, –1) > 2 | (–, –3)(1, +) |
| 1 | d(x, 5)  1 | (–, 4][6, +) |
| 2 | d(x, –1)  2 | [–3, 1] |
| < 2 | d(x, 0) < 2 | (–2, 2) |
| 3 | d(x, –2)  3 | [–5, 1] |
| 2 | d(x, 0)  2 | (–, –2][2, +) |
| > 3 | d(x, –2) > 3 | (–, –5)(1, +) |

**Β΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.**

Να αποδείξετε ότι   + 

**Λύση**

 = 

=   +  (Τριγωνική ανισότητα)

**2.**

Αν α > β, να δείξετε ότι **:**

**i)**  =  **ii)**  = 

**Λύση**

α > β  α – β > 0  = α – β

**i)**

 =  =  = 

**ii)**

 =  =  =  = 

**3.**

Τι σημαίνει για τους αριθμούς x και y **:**

**i)** Η ισότητα  +  = 0 **ii)** Η ανισότητα  +  > 0

**Λύση**

**i)**

Η ισότητα  +  = 0 ισχύει μόνο όταν x = 0 και y = 0

Διότι, αν ένας τουλάχιστον από τους x, y ήταν  0, (έστω x0),

θα ήταν  > 0

οπότε  +  > 0, που είναι άτοπο

**ii)**

Η ανισότητα  +  > 0 ισχύει μόνο όταν x  0 ή y  0

Διότι, αν ήταν x = 0 και y = 0

θα ήταν  +  = 0, που είναι άτοπο

**4.**

Έστω 0 < α < β.

**i)** Να διατάξετε από τον μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς 1, , 

**ii)** Να δείξετε ότι στον πραγματικό άξονα ο αριθμός  βρίσκεται πλησιέστερα

στο 1, από ότι ο αριθμός 

**Λύση**

**i)**

0 < α < β   < 1 και 1 < . Άρα  < 1 < 

**ii)**

Από (i) έχουμε  – 1 < 0 και  – 1 > 0 

 = – και  =  – 1

Αρκεί να αποδείξουμε  < 

– <  – 1

– + 1 <  – 1

–+  < – 

0 < + – 2

0 <  που ισχύει

**5.**

Αν  < 0,1 και  < 0,2, να εκτιμήσετε την τιμή της περιμέτρου των παρακάτω σχημάτων **:**



**Λύση**

 < 0,1  –0,1 < x – 2 < 0,1 

2 – 0,1 < x < 2 + 0,1 

1,9 < x < 2,1 **(1)**

 < 0,2  – 0,2 < y – 4 < 0,2 

4 – 0,2 < y < 4 + 0,2 

3,8 < y < 4,2 **(2)**

 Περίμετρος = x + 2y

(2)  7,6 < 2y < 8,4 **(3)**

(1) + (2) : 9,5 < x + 2y < 10,5

 Περίμετρος = 4x + 2y

(1)  7,6 < 4x < 8,4 **(4)**

(3) + (4) : 15,2 < 4x + 2y < 16,8

 Περίμετρος = 2πx

(1)  2π. 1,9 < 2πx < 2π. 2,1  3,8π < 2πx < 4,2π

**2.4 ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Α΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.**

Να υπολογίσετε τις ρίζες **:**

**i)** ,  , , 

**ii)** ,  , , 

**iii) ,  ,** , 

**Λύση**

**i)**

 = = 10,  = = 10,

 =  = 10,  = = 10

**ii)**

=  = 2, = = 2,  =  = 2, = 2

**iii)**

** =  =  =  =** 0,1

** =  =  =  =** 0,1

 =  = = ** =** 0,1

 =  =  = ** =** 0,1

**2.**

Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς ριζικά

**i)**  **ii)**  **iii)**   **iv)** 

**Λύση**

**i)**

 =  = 4 – π

**ii)**

 =  = 20

**iii)**

 = 

**iv)**

 =  =  =  = 

**3.**

Να αποδείξετε ότι  +  = 1

**Λύση**

 +  = +  =  – 2 + 3 –  = 1

**4.**

Να αποδείξετε ότι (– )( + ) = – 8

**Λύση**

(– )( + ) = (– (

= x – 5 – (x + 3)

= x – 5 – x – 3 = – 8

**5.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)** (– )(+ – ) = –14

**ii)**  = 31

**Λύση**

**i)**

****

****

****

**   **

**ii).**

 = 

= 

= 

=  = 63 – 32 = 31

**6.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)** . .  **=** 2 **ii)** . .  = 2

**Λύση**

**i)**

. .  ****

****

**ii)**

. .  **=**

****

**7.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)**  = **** **ii)** = ****

**Λύση**

**i)**

****

**ii).**

 ****

**8.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)** .  = 3  **ii)** **.** = 2

**iii)** . .  = 25

**Λύση**

**i)**

.  = .  =  =  =  = 3 

**ii)**

.  = .  =  =  =  = 2

**iii)**

. .  = . . 

=  = 

=  =  =  = 25

**Λύση με μετατροπή σε δυνάμεις.**

**i)**

.  =  =  =  =  = 3.  = 3 

**ii)**

.  =  =  =  =  = 2.  = 2 

**iii)**

. .  = 

= 

=  =  =  =  = 25

**9.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)**  = 10 **ii)**  = 18

**Λύση**

**i)**

 =  =  = 10

**ii)**

 =  =  =  = 6 .3 = 18

**10.**

Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητούς

παρανομαστές **:**

**i)**  **ii)**  **iii)** 

**Λύση**

**i)**

 =  =  =  = 

**ii)**

 =  =  = 4()

**iii)**

 =  =  = 13 + 2

**11.**

Να αποδείξετε ότι **:**

**i)  =** 16 **ii)**  = 3,

αφού αναλύσετε τα υπόριζα σε γινόμενα πρώτων παραγόντων.

**Λύση**

**i)**

** =  =  =  =** 16

**ii)**

 =  =  =  =  = 3

**Β΄ ΟΜΑΔΑΣ**

**1.**

**i)** Να αποδείξετε ότι  **** = 5 +

**ii)** Αν α, β > 0 να αποδείξετε ότι  = () + 

**Λύση**

**i)**

** =  =  =** 5 +

**ii)**

 = 

= 

= 

=  = () + 

**2.**

**i)** Να βρείτε τα αναπτύγματα των , 

**ii)** Να αποδείξετε ότι  ** =** 6

**Λύση**

**i)**

= 9 + 12+ 28 = 37 + 12

= 9 – 12+ 28 = 37 – 12

**ii)**

****

**= **

**=  =** 6.

 είναι  και 

**3.**

**i)** Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  είναι ρητός.

**ii)**  Αν α θετικός ρητός, να αποδείξετε ότι ο  είναι ρητός

**Λύση**

**i)**

=  + 2 +  =  + 2 =  που είναι ρητός

**ii)**

=  + 2  +  =  + 2 + 

που είναι ρητός, σαν άθροισμα ρητών

**4.**

Να αποδείξετε ότι

**i)**  +  = 4 **ii)**  –  = 8

**Λύση**

**i)**

 +  = 

=  =  = 4

**ii)**

 –  = 

= 

=  =  = 8

**5.**

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο οι κάθετες πλευρές του είναι ΑΒ =  και ΑΓ = 

**i)** Να υπολογίσετε την υποτείνουσα ΒΓ του τριγώνου.

**ii)**  Με τη βοήθεια της τριγωνικής ανισότητας, να αποδείξετε ότι

 < + 

**iii)** Για μη αρνητικούς αριθμούς α και β, να αποδείξετε ότι   + .

Πότε ισχύει η ισότητα;

**Λύση**

**i)**

Πυθαγόρειο **:** Β = Α+ Α =  +  = 

Άρα ΒΓ = 

**ii)**

Είναι ΒΓ < ΑΒ + ΑΓ   < + .

**iii)**

  +   (  (+ 

   + 2 + 

0  2 που ισχύει

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ**

**Ι .**

**Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Α, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής για όλους τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ, δ. Διαφορετικά να κυκλώσετε το γράμμα Ψ.**

|  |
| --- |
| **1.** (α = β και γ = δ )  α + γ = β + δ Α |
| 2. Αν α2 = α β τότε α = β Α |
| **3.** (α + β)2 = α2 + β2 Α |
| **4.** Το άθροισμα α + β δύο άρρητων αριθμών α και β είναι άρρητος Α |
| **5.** Το γινόμενο α ∙ β δύο άρρητων αριθμών α και β είναι άρρητος Α |
| **6.** Αν α > β και γ < δ τότε αγ > βδ Ψ |
| **7.** Αν α2 > α ∙ β τότε α > β Α |
| **8.** Αν  τότε α > β Α |
| **9.** Αν α > β και α > – β τότε α > 0 Ψ |
| **10.** Αν α >  τότε α > 1 Α |
| **11.**  Αν α < β < 0 τότε α2 > β2 Ψ |
| **12.** Αν α > – 2 και β > – 3 τότε αβ > 6 Α |
| **13.** Αν α < – 2 και β < – 3 τότε αβ < 6 Α |
| **14.** 4α2– 20αβ + 25β2  0 Ψ |
| **15.** (α – 1)2 + (α+1)2 > 0 Ψ |
| **16.** (α2– 1)2 + (α+1)2 > 0 Α |
| **17.** (α + β)2 + (α – β)2 = 0  α = β =0 Ψ |
| **18.**  Αν αβ > 0 τότε |α + β| = |α| + |β| Ψ |
| **19.** Αν α2 = β τότε α = Α |
| **20.** = α Α |
| **21.** Αν α ≥ 0 τότε = α Ψ |
| **22.** Αν α ∙β ≥ 0 τότε πάντα =  Α |
| **23.** Αν β ≥ 0 τότε  Α |
| **24.** = α + β Α |
| **25.** Αν α ≥ 0 τότε πάντα  Ψ |
| **26.** Πάντα ισχύει  Α |
| **27.** 525 > 255  Ψ |
| **28.** 1122 > 2211 Ψ |

**ΙΙ.**

**Να επιλέξτε την σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις**

**1.** Αν 2 < x < 5 τότε η παράσταση |x– 2| + |x– 5| είναι ίση με

Α) 2x – 7 Β) 7 – 2x Γ) –3 3 3

**2.** Αν 10 < x < 20 τότε η τιμή της παράστασης + είναι ίση με :

Α) 2 Β) -2 Γ)10 0

**3.** Αν ,  και  τότε :

Α) α < β < γ Β) α < γ < β Γ) γ < α < β β < γ < α

**4.** Ο αριθμός  είναι ίσος με :

Α) 3 + Β) 3 + 2 + Δ) 2 +

**ΙΙΙ.**

**Στον παρακάτω άξονα τα σημεία Ο, Ι, Α και Β παριστάνουν τους αριθμούς 0, 1, α, και β αντιστοίχως, με 0 < α < 1 και β > 1, ενώ τα σημεία Γ, Δ, Ε, Ζ, Η και Θ παριστάνουν τους αριθμούς , , α2, β2, α3, και β3 , όχι όμως με τη σειρά που αναγράφονται. Να αντιστοιχίσετε τα σημεία Γ, Δ, Ε, Ζ, Η και Θ με τους αριθμούς που παριστάνουν.**



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Γ | Δ | Ε | Ζ | Η | Θ |
| α3 | α2 |  |  | β2 | β3 |