**3.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 56 – 57**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας αυξάνονται κατά 20 € ο κάθε ένας. Η σχέση που εκφράζει τον νέο μισθό y συναρτήσει του παλαιού μισθού x είναι η

α)y = 20x β) y = 20 + x γ) y =  δ) y = 0,2x

**Απάντηση**

Το β.

**2.**

Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας αυξάνονται κατά 15% . Η σχέση που εκφράζει τον νέο μισθό y συναρτήσει του παλαιού μισθού x είναι η

α)y = x +  β) y = x + 15 γ) y = 1,15x δ) y = 0,15x

**Απάντηση**

Αν x είναι ο παλιός μισθός, η αύξηση είναι x = 0,15x και επομένως ο νέος

μισθός θα είναι y = x + 0,15x = 1,15 x

Οπότε σωστή απάντηση είναι η **γ**

**3.**

Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές x και y είναι 100cm2. Η σχέση που εκφράζει το μήκος του y συναρτήσει του πλάτους x είναι

α)y = 100x β) y =100 + x γ) y =  δ) y = 100x

**Απάντηση**

Το εμβαδόν Ε του ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο Ε = xy άρα 100 = xy

y = 

Οπότε σωστή απάντηση είναι η **γ**

**4.**

Δίνεται τετράγωνο πλευράς x . Η σχέση που εκφράζει το εμβαδόν Ε του τετραγώνου συναρτήσει του x είναι

α)Ε = 2x β) Ε = x 2 γ) Ε =  δ) Ε = 4x

**Προτεινόμενη λύση**

Προφανώς η β

**5.**

Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της στήλης Α του παρακάτω πίνακα με τον πίνακα τιμών της στήλης Β (στη στήλη Β ένας πίνακας τιμών περισσεύει)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Στήλη Α | Στήλη Β | | | | | | |
| (α) y = 2x + 1  (β) y = x2 + 1  (γ) y = 1x | i) | x | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 10 | 2 | 1 | 2 | 5 |
| ii) | x | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 5 | 1 | 1 | 3 | 5 |
| iii) | x | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| iν) | x | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 2 | 1 | 0 | 2 |

**Απάντηση**

Εύκολα βρίσκουμε ότι (α) → ii) (β) → i) (γ) →iii)

**Ασκήσεις**

**1.**

Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών των παρακάτω συναρτήσεων

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α) y = 3x2 | x | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| y |  |  |  |  |  |
| β) y = | x | 1 | 0 | 2 | 4 | 5 |
| y |  |  |  |  |  |

**Προτεινόμενη λύση**

Για x = 3, ο τύπος y = 3x2 δίνει y = 3(3) 2 = 92 = 11

Ομοίως για τις υπόλοιπες τιμές του x βρίσκουμε : y = 8 , 5 , 2 , 4

Για x = 1, ο τύπος y =  δίνει y =  = 1

Ομοίως για τις υπόλοιπες τιμές του x βρίσκουμε : y =  ,  ,  , 2

Μετά από αυτά ο πίνακας συμπληρωμένος γίνεται

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α) y = 3x2 | x | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| y | 11 | 8 | 5 | 2 | 4 |
| β) y = | x | 1 | 0 | 2 | 4 | 5 |
| y | 1 |  |  |  | 2 |

**2.**

Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών των παρακάτω συναρτήσεων

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α) y = x2 +1 | x | 3 | 1 | 0 | 2 | 5 |
| y |  |  |  |  |  |
| β) y = x2 + 3x2 | x | 3 | 2 | 0 | 1 | 3 |
| y |  |  |  |  |  |

**Προτεινόμενη λύση**

Δουλεύοντας όπως στην προηγούμενη άσκηση συμπληρώνουμε τον πίνακα

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α) y = x2 +1 | x | 3 | 1 | 0 | 2 | 5 |
| y | 10 | 2 | 1 | 5 | 26 |
| β) y = x2 + 3x2 | x | 3 | 2 | 0 | 1 | 3 |
| y | 2 | 4 | 2 | 2 | 16 |

**3.**

Οι τιμές ενός καταστήματος ηλεκτρονικών επιβαρύνονται με φόρο 8% . Να

εκφράσετε τις τιμές y με φόρο ως συνάρτηση των τιμών x χωρίς φόρο.

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι η οποιαδήποτε τιμή χωρίς φόρο, τότε ο φόρος στην τιμή αυτή

είναι x. Επομένως η νέα τιμή y θα είναι ίση y = x + 0,08 x = 1,08 x

**4.**

Ένας πωλητής παίρνει μισθό 600 € το μήνα και ποσοστό 7 % επί των πωλήσεων που πραγματοποιεί. Να εκφράσετε το συνολικό ποσό y που κερδίζει τον μήνα,

συναρτήσει του ποσού x των πωλήσεων που πραγματοποιεί.

**Προτεινόμενη λύση**

Αν x είναι η αξία των πωλήσεων, τότε το ποσοστό του είναι x = 0,07x.

Επομένως το σύνολο του μισθού του πωλητή είναι y = 600 + 0,07x

**5.**

Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές με μήκη x και y (σε cm )

**α)** Αν η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 60 cm, να εκφράσετε την πλευρά y ως

συνάρτηση της πλευράς x.

**β)** Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 100 cm2, να εκφράσετε την πλευρά y ως

συνάρτηση της πλευράς x.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η περίμετρος Π είναι Π = 2x + 2y

Οπότε 60 = 2x + 2y άρα 2y = 60 2x

y = 30 x

**β)**

Το εμβαδόν Ε είναι Ε = xy

Οπότε 100 = xy άρα y = 

**6.**

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά με μήκος x (σε cm). Να εκφράσετε την περίμετρο Π και το εμβαδόν Ε του τετραγώνου ως συνάρτηση της πλευράς x. Στη συνέχεια να

συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών.

**Προτεινόμενη λύση**

Π = 4x και Ε = x2

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 2,5 | 5 | 0,3 |
| E | 1 | 4 | 6,25 | 25 | 0,09 |
| Π | 4 | 8 | 10 | 20 | 1,2 |

**7.**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης y = 3x5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 2 |  | 3 |  |
| y |  | 7 |  | 2 |

**Προτεινόμενη λύση**

Για x = 2 βρίσκουμε y = 3⋅25 = 65 = 1

Για x = 3 βρίσκουμε y = 3(3)5 = 95 = 14

Για y = 7 βρίσκουμε 7 = 3x5 άρα 7 + 5 = 3x

12 = 3 x

x = 4

Ομοίως για y = 2 βρίσκουμε x = 1, οπότε ο πίνακας γίνεται

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 2 | 4 | 3 | 1 |
| y | 1 | 7 | 14 | 2 |

**8.**

Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 70 χιλιόμετρα την ώρα .

**α)** Πόση απόσταση θα διανύσει σε 2 ώρες και πόση σε 5 ημέρες ;

**β)** Να εκφράσετε την απόσταση S (σε χιλιόμετρα) που θα έχει διανύσει το

αυτοκίνητο ως συνάρτηση του χρόνου t (σε ώρες).

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η απόσταση S που θα διανύσει το αυτοκίνητο σε 2 ώρες ως γνωστό από τη

Φυσική δίνεται από τον τύπο S = 70 ⋅2 = 140 km

Ενώ η απόσταση που θα διανύσει σε 5 ημέρες = 5⋅ 24 = 120 ώρες είναι

S = 70 ⋅120 = 8400 km

**β)**

Αν t είναι ο χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου, τότε η απόσταση S που θα διανύσει το αυτοκίνητο είναι S = 70t

**3.2 ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ**

**ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 65 – 66**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

****Να αντιστοιχίσετε σε κάθε σημείο τις συντεταγμένες του

|  |  |
| --- | --- |
| Σημείο | Συντεταγμένες |
| Α  Β  Γ  Δ | (2, 3) |
| (3, 2) |
| (2, 3) |
| (3, 2) |
| (2, 3) |
| (3, 2) |
| (2, 3) |
| (3, 2) |

**Απάντηση**

Α → (2, 3) , Β →(2, 3) , Γ→ (2, 3) Δ →(2, 3)

**2.**

Να συμπληρώσετε τον πίνακα όπως φαίνεται στο παράδειγμα της 1ης γραμμής

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Σημείο Α | Συμμετρικό του Α  ως προς τον x΄x | Συμμετρικό του Α  ως προς τον y΄y | Συμμετρικό του Α  ως προς το Ο |
| (2, 3) | (2, 3) | (2, 3) | (2, 3) |
| (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) |
| (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) |
| (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) |
| (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) | (3, 5) |

**Προτεινόμενη λύση**

Δύο σημεία : Συμμετρικά ως προς τον άξονα των x έχουν την ίδια τετμημένη και

αντίθετες τεταγμένες

Συμμετρικά ως προς τον άξονα των y έχουν την ίδια τεταγμένη και

αντίθετες τετμημένες

Συμμετρικά ως προς το Ο(0,0) έχουν αντίθετες συντεταγμένες

Με βάση τα παραπάνω ο πίνακας συμπληρώνεται όπως φαίνεται παραπάνω

**3.**

Στο διπλανό σχήμα είναι

α) ΑΒ < ΑΓ, β) ΑΒ > ΑΓ , γ) ΑΒ = ΑΓ

Να επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

Παρατηρούμε ότι οι συντεταγμένες των

σημείων Α , Β , Γ είναι Α( 2 , 6 ) ,

Β( 3, 1) και Γ(3, 2)

Οπότε, από τον τύπο της απόστασης δύο σημείων

βρίσκουμε ότι ΑΒ =  =  = 

ΑΓ = == 

Άρα ΑΒ < ΑΓ δηλαδή σωστή απάντηση η (α)

**4.**

Στο διπλανό σχήμα είναι

**α)** Α :  < 90ο , Β : = 90ο, Γ :  >90ο

**β)** Α : εφθ = 5 Β : εφθ =  ,

Γ: εφθ = , Δ: εφθ = 1

**γ)** Α : ΑΒ < ΑΓ , Β: ΑΒ = ΑΓ , Γ: ΑΒ > ΑΓ

**δ)** Α : εφφ = 3 , Β : εφφ = 5, Γ : εφφ = 1, Δ : εφφ = 2

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Φέρνοντας την ΑΔ  x΄x, το σημείο Δ

έχει συντεταγμένες Δ(2 , 0) και είναι

ΑΔ = 5 , ΒΔ = 5 και ΔΓ = 5.

Οπότε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΔ , ΑΔΓ

είναι και ισοσκελή, συνεπώς κάθε μία από

τις οξείες γωνίες τους θα είναι 45ο.

Άρα = = 45ο , οπότε η τρίτη γωνία 

του τριγώνου ΑΒΓ θα είναι 90ο .

Άρα σωστή απάντηση είναι η Β .

**β)**

Είναι εφθ =  =  = 1. Άρα σωστή απάντηση η Δ

**γ)**

Αφού = = 45ο , το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές, επομένως ΑΒ = ΑΓ

Άρα σωστή απάντηση η Β

**δ)**

Όπως και στο (β) είναι εφφ = 1, άρα σωστή απάντηση η Γ

**5.**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης

α) για x = 1 είναι y = ……. A: 1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

β) για x = 3 είναι y = ……. A: 1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

γ) για y = 6 είναι x = ……. A: 1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

δ) για y = 2 είναι x = ……. A: 1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

Από την γραφική παράσταση διαπιστώνουμε ότι για x = 1 είναι y = 3

για x = 3 είναι y = 5

για y = 6 είναι x = 5

για y = 2 είναι x =1

Επομένως οι σωστές αντιστοιχίσεις είναι α→ Γ , β → Δ , γ→ Δ, δ → Α

**3.3 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ y= αx**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 70 – 71**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 2 | 4 |  |
| y | 5 |  | 15 |

Τα ποσά x και y είναι ανάλογα

**α)**  Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών

**β)** Ποιος από τους παρακάτω τύπους εκφράζει

το y ως συνάρτηση του x ;

Α: y = 5x Β: y = x Γ: y =  x Δ: y = 0,4x

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, έχουν σταθερό λόγο και όταν πολλαπλασιάζεται το ένα με κάποιον αριθμό πολλαπλασιάζεται και το άλλο με τον ίδιο αριθμό

Ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 2 | 4 =2⋅2 | 2⋅3 = 6 |
| y | 5 | 5⋅2 = 10 | 15 = 5⋅3 |

**β)**

Από την πρώτη στήλη του πίνακα διαπιστώνουμε ότι  =  άρα y = x

Οπότε σωστή απάντηση είναι η Γ .

**2.**

Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι η y = 3x ;



**Προτεινόμενη λύση**

Η εξίσωση y = 3x, για x = 1 δίνει y = 3. Άρα η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο (1 , 3), επομένως πρόκειται για την ευθεία του πρώτου σχήματος.

**3.**

Ποια από τις παρακάτω ευθείες έχει κλίση 

**α)** y = 3x **β)** y = 3x **γ)** y = x **δ)** y = x **ε)** y = x

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

Από τη θεωρία, η ζητούμενη ευθεία είναι η y = x

Οπότε σωστή απάντηση η (δ)

**Ασκήσεις**

**1.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 5 |  |  |
| y |  | 6 |  | 21 | 30 |

Γνωρίζοντας ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα

**α)** να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών

**β)** να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x ;

**γ)** Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση αυτή

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Επειδή  =  = , ο πίνακας συμπληρώνεται όπως παρακάτω

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 5 | 7 | 10 |
| y | 3 | 6 | 15 | 21 | 30 |



**β)**

Αφού  =, είναι y = 3x

**γ)**

Για x = 1 είναι y = 3

Η ευθεία διέρχεται από τα σημεία Α(1, 3) και

Ο(0, 0) , άρα είναι η ευθεία ΑΟ.

**2.**

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων

τις ευθείες y = 2x , y = 3x , y = 5x

**Προτεινόμενη λύση**

Για x = 1 έχουμε y = 2 , 3 , 5

Η πρώτη ευθεία διέρχεται από το σημείο Α(1, 2),

η δεύτερη από το Β(1, 3) και η τρίτη από το Γ(1,5).

όλες , δε, διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

**3.**

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων

αξόνων τις ευθείες y = x , y = x

**Προτεινόμενη λύση**

Για x = 2 έχουμε y = 1 , 1 αντίστοιχα

Η πρώτη ευθεία διέρχεται από το σημείο

(2, 1), η δεύτερη από το (2, 1) και οι

δύο επιπλέον διέρχονται από την αρχή των

αξόνων.

**4.**

Ένα κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα υ = 5 m/s . Να εκφράσετε το διάστημα S που διανύει ως συνάρτηση του χρόνου t . Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση

αυτή.

**Προτεινόμενη λύση**

Από τη φυσική γνωρίζουμε ότι αν ένα κινητό

κινείται με σταθερή ταχύτητα υ, τότε σε χρόνο t

διανύει απόσταση S που δίνεται από τον τύπο

S = υt.

Επομένως η ζητούμενη συνάρτηση είναι η S = 5t

Για t = 1 έχουμε S = 5

Οπότε γραφική παράσταση είναι η ευθεία

που διέρχεται από το σημείο Α(1, 5) και

από την αρχή των αξόνων.

**5.**

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και

το σημείο Α(2, 6).

**Προτεινόμενη λύση**

Αφού η ευθεία διέρχεται από το σημείο Α(2, 6) , θα έχει κλίση α = = = 3

και επομένως εξίσωση την y = 3x .

**6.**

Να σχεδιάσετε σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων μία ευθεία η οποία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων και να έχει κλίση 

**Προτεινόμενη λύση**

Επειδή η ζητούμενη ευθεία έχει κλίση α = 

θα έχει εξίσωση την y = x .

Για x = 2 έχουμε y = 3.

Άρα η ζητούμενη ευθεία διέρχεται από το

σημείο Α(2 , 3) και την αρχή των αξόνων.

7.

Να βρείτε την κλίση μιας ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων Ο και

από το σημείο Α(1, 3).

**Προτεινόμενη λύση**

Επειδή η ευθεία διέρχεται από το σημείο Α(1, 3) , θα έχει κλίση

α = = = 3

**8.**

Οι τιμές των αγροτικών προϊόντων σε μία χώρα αυξήθηκαν κατά 20% σε ένα χρόνο.

**α)** Να βρείτε τη σχέση που εκφράζει τις νέες τιμές y των προϊόντων ως συνάρτηση

των παλαιών τους τιμών x.

**β)** Να σχεδιάσετε την συνάρτηση

**γ)** Με την βοήθεια της παραπάνω συνάρτησης να βρείτε

**i)** Τη σημερινή τιμή ενός προϊόντος που είχε πέρυσι 7 €

**ii)** Την περσινή τιμή ενός προϊόντος που έχει σήμερα 7 €

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Αν x είναι η οποιαδήποτε τιμή πριν την αύξηση, τότε η αύξηση σε αυτή είναι

= 0,2x .

Επομένως μετά την αύξηση η νέα αντίστοιχη τιμή y θα είναι y = x + 0,2x

y = 1,2x

**β)**

Για x = 1 έχουμε y = 1,2 , άρα η γραφική

παράσταση διέρχεται από το σημείο (1, 1,2)

και την αρχή των αξόνων είναι δε η διπλανή .

**γ)**

**i)** Για x = 7 έχουμε y = 1,2 ⋅7 = 8,4

Επομένως ένα προϊόν που κόστιζε πέρυσι

7 € φέτος κοστίζει 8,4 €

**ii)** Για y = 7 έχουμε 7 = 1,2 x άρα x =  = 5,83 €

Δηλαδή ένα προϊόν που κοστίζει φέτος 7 € πέρυσι κόστιζε 5,83 €

**9.**

Η ισοτιμία του Ευρώ έναντι του δολαρίου την 21/7/03 ήταν 112 $ για 100 €

**α)** Να βρείτε τη σχέση που εκφράζει την τιμή y σε δολάρια ενός προϊόντος

ως συνάρτηση της τιμής x του προϊόντος σε ευρώ.

**β)** Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης να βρείτε κατά προσέγγιση την τιμή

σε δολάρια ενός αεροπορικού εισιτηρίου που κοστίζει 250 €.

**γ)** Από την γραφική παράσταση της συνάρτησης να βρείτε κατά προσέγγιση την τιμή

σε Ευρώ ενός αεροπορικού εισιτηρίου που κοστίζει 250 $ .

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Είναι  =  = 1,12 άρα y = 1,12 x

Για x = 100 είναι y = 112

Η γραφική παράσταση θα είναι η ευθεία που

διέρχεται από το σημείο Α(100, 112) και την

αρχή των αξόνων.

**β)**

Η κάθετος στον άξονα των x (ευρώ) από το

σημείο Α(250 , 0) τέμνει την γραφική

παράσταση στο Β.

Η τεταγμένη του Β είναι περίπου 280 (δολάρια) ,

και μας δείχνει, κατά προσέγγιση, το κόστος του

εισιτηρίου των 250 ευρώ σε δολάρια.

**γ)**

Η κάθετος στον άξονα των y (δολάρια) στο σημείο Κ(0 , 250) τέμνει τη γραφική

παράσταση στο Λ.

Η τετμημένη του Λ , είναι περίπου 223 (ευρώ) και μας δείχνει κατά προσέγγιση το κόστος του εισιτηρίου των 250 δολαρίων σε ευρώ.

**Ασκήσεις**

**1.**

Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι



**Απάντηση**

Α(2, 3) , Β(4, 0) , Γ(3, 3) , Δ(0, 4),

Ε(4, 2) , Ζ(5, 3) , Η(2, 1) , Θ(5, 0) , Ι(0, 5)

**2 .**

Σε ένα τετραγωνισμένο χαρτί να σχεδιάσετε ένα σύστημα αξόνων και να σημειώσετε τα σημεία : Α(3, 2) , Β(0,25, 1), Γ, Δ ,

Ε  , Ζ(2,4, 3,2)

**Απάντηση**



**3.**

Δίνονται τα σημεία Α(3, 4) και Β. Σε τετραγωνισμένο χαρτί να βρείτε τις συντεταγμένες των συμμετρικών τους σημείων ως προς τον άξονα x΄x , τον

άξονα y΄y και την αρχή των αξόνων

**Προτεινόμενη λύση**

Συμμετρικό του Α ως προς τον

άξονα x΄x είναι το Α1(3, 4)

Συμμετρικό του Α ως προς τον

άξονα y΄y είναι το Α2(3, 4)

Συμμετρικό του Α ως προς την

αρχή O είναι το Α3(3, 4)

Συμμετρικό του Β ως προς

τον άξονα x΄x είναι το Β1

Συμμετρικό του Β ως προς

τον άξονα y΄y είναι το Β2

Συμμετρικό του Β ως προς

την αρχή είναι το Β3

**4.**

**α)** Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α , Β και Γ.

**β)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

**i)** Το μήκος ΒΓ ισούται με

Α : 1 + 3 = 4 Β : 22 = 0 Γ : 31 = 2 Δ: 13 = 4

**ii)** Το μήκος AΓ ισούται με

Α : 3 3 = 0 Β : 1 + 2 = 3 Γ : 12 = 1 Δ : 21 = 1

**γ)** Αφού παρατηρήσετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ

είναι ορθογώνιο στο Γ, να επαληθεύσετε

με τη βοήθεια του Πυθαγόρειου Θεωρήματος

ότι η απόσταση ΑΒ είναι ίση με 5.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Α(1, 3) , Β(2, 1) , Γ(2, 3)

**β)**

i) A , ii) B

**γ)**

Επειδή τα σημεία Α και Γ έχουν την ίδια τεταγμένη , είναι ΑΓ // x΄x

Επειδή τα σημεία Β και Γ έχουν την ίδια τετμημένη , είναι ΒΓ // y΄y

Και επειδή x΄x y΄y , θα είναι και ΒΓ ΓΑ

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ΑΒ2 = ΒΓ2 + ΑΓ2

ΑΒ2 = 42 + 32

ΑΒ2 = 25

ΑΒ = =5

**5.**

Να βρείτε τις αποστάσεις των παρακάτω σημείων από τους άξονες x΄x και y΄y

**α)** Α(3, 5) **β)** Β(3, 2) **γ)** Γ( 0 , 4)

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Του Α από τον άξονα x΄x | 5| = 5

Του Α από τον άξονα y΄y | 3| = 3

**β)**

Του B από τον άξονα x΄x | 2| = 2

Του B από τον άξονα y΄y | 3| = 3

**γ)**

Του Γ από τον άξονα x΄x | 4| = 4

Του Γ από τον άξονα y΄y | 0| = 0

**6.**

Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων

**α)** Α(3, 5) και Β(5, 1) **β)** Α(2, 1) και Β(2, 3)

**γ)** Α(3, 5) και Β(2, 5) **δ)**  Α(5, 7) και Β(5, 2)

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

ΑΒ = = ==

**β)**

ΑΒ = = ==

**γ)**

ΑΒ = = == 5

**δ)**

ΑΒ = = == 9

**7.**

Ένα πλοίο Π κινείται με ταχύτητα 8 μίλια την ώρα

και κατευθύνεται προς το λιμάνι Λ, όπως φαίνεται

και στο διπλανό σχήμα .

Η θέση του πλοίου ως προς ένα σύστημα

συντεταγμένων με αρχή το Λ και μονάδα

μέτρησης το ένα μίλι είναι (8 , 15) .

Σε πόση ώρα θα φτάσει στο λιμάνι ;

**Προτεινόμενη λύση**

Η απόσταση του πλοίου Π(8 , 15) από το λιμάνι

Λ(0, 0) είναι ΠΛ= =  =  = 17

Άρα το πλοίο απέχει από το λιμάνι 17 μίλια, επομένως θα φτάσει στο λιμάνι σε

17 : 8 = 2,125 ώρες = 2 h 7΄ 30΄΄

**8.**

H πίεση Ρ (σε cm Hg) του αέρα ως συνάρτηση του ύψους h από το έδαφος φαίνεται στον παρακάτω πίνακα :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ύψος h σε χιλιόμετρα | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Πίεση σε cm Hg | 76 | 68 | 60 | 52 |

**α)** Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τη γραφική

παράσταση της συνάρτησης αυτής .

**β)** Ποια είναι η πίεση σε ύψος 1,5 km από το έδαφος ;

**γ)**  Σε ποιο ύψος η πίεση είναι περίπου ίση με 70 cm Hg ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η γραφική παράστασηδημιουργείται ενώνοντας

τα σημεία(0, 76), (1, 68), (2, 60) και (3, 52)

**β)**

Από το σημείο Κ(1,5 , 0) φέρνουμε κάθετο

στον άξονα h , η οποία τέμνει τη γραφική

παράσταση σε σημείο Α.

τεταγμένη του Α είναι η ζητούμενη πίεση.

Από το σχήμα βλέπουμε ότι η

τεταγμένη του Α είναι 64, οπότε σε ύψος

1,5 km η πίεση είναι 64 cm Hg

**γ)**

Από το σημείο Λ(0 , 70) φέρνουμε κάθετο

στον άξονα Ρ , η οποία τέμνει τη γραφική

παράσταση σε σημείο Β.

Η τετμημένη του Β είναι το ζητούμενο ύψος.

Από το σχήμα βλέπουμε ότι η τετμημένη του Β

είναι 0,75.

Οπότε η πίεση είναι 70cm Hg σε ύψος 0,75 km .

**9.**

H θερμοκρασία Τ του αέρα ως συνάρτηση του ύψους h από το έδαφος φαίνεται στον παρακάτω πίνακα :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ύψος h σε χιλιόμετρα | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Θερμοκρασία Τ σε oC | 22 | 16 | 10 | 4 |

**α)** Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τη γραφική

παράσταση της συνάρτησης αυτής.

**β)** Ποια είναι η θερμοκρασία του αέρα σε ύψος 500 m από το έδαφος ;

**γ)** Σε ποίο ύψος η θερμοκρασία του αέρα είναι περίπου ίση με 12o C ;

0,5

1,6

19

h

C

22

10

24

20

12

Β

Α

16

Ο

8

4

4

3

2

1

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η γραφική παράστασηφαίνεται στο διπλανό

σχήμα (η πράσινη γραμμή)

**β)**

Είναι 500m = 0,5 km,

Από το σημείο (0,5 , 0) φέρνουμε κάθετο στον

άξονα h, η οποία τέμνει τη γραφική παράσταση

σε σημείο Α.

Η τεταγμένη του Α είναι η ζητούμενη θερμοκρασία

Από το σχήμα βλέπουμε ότι η τεταγμένη του Α είναι

19. Οπότε σε ύψος 0,5 km η θερμοκρασία είναι 19ο C

**γ)**

Από το σημείο (0, 12) φέρνουμε κάθετο στον άξονα C

η οποία τέμνει τη γραφική παράσταση σε σημείο Β.

Η τετμημένη του Β είναι το ζητούμενο ύψος.

Από το σχήμα βλέπουμε ότι η τετμημένη του Β είναι 1,6

οπότε η θερμοκρασία είναι 12ο C σε ύψος 1,6 km .

**10.**

Όταν ένα σώμα (πχ μία μπάλα) πέφτει από ένα ψηλό σημείο (πχ τον τελευταίο όροφο ενός ουρανοξύστη ύψους 100 m) δεν κινείται ομαλά (σταθερή ταχύτητα),

αλλά εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η απόσταση x που διανύει το σώμα ως συνάρτηση του χρόνου t.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t(s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| x(m) | 0 | 5 | 20 | 45 | 80 |

Να κατασκευάσετε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τη γραφική παράσταση

της συνάρτησης αυτής.

**Προτεινόμενη λύση**

H γραφική παράστασηφαίνεται στο

διπλανό σχήμα (πράσινη γραμμή)

**3.4 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ y= αx + β**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 76 – 77–78**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Η ευθεία y = 3x είναι παράλληλη προς την

Α: y = x + 3 Β: y = x3 Γ: y = 3x7 Δ: y = 3x + 5

**Απάντηση**

Σωστό το Γ.

**2.**

Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τρείς

παράλληλες ευθείες της στήλης Β .

Να αντιστοιχίσετε κάθε μία στην εξίσωση της

|  |  |
| --- | --- |
| Στήλη Α | Στήλη Β |
| ε1 | y = 2x |
| ε2 | y = 2x1 |
| ε3 | y = 2x + 2 |

**Προτεινόμενη λύση**

Η ε2 έχει εξίσωση y = 2x

H ε1 τέμνει τον άξονα των y στο σημείο (0, 2), άρα εξίσωσή της είναι η y = 2x + 2

H ε3 τέμνει τον άξονα των y στο σημείο (0, 1), άρα εξίσωσή της είναι η y = 2x1

Μετά από αυτά έχουμε την αντιστοίιχιση

ε1→ y = 2x + 2 , ε2 → y = 2x , ε3→ y = 2x1

**3.**

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ

έχει κέντρο το Ο και οι πλευρές του είναι

παράλληλες προς τους άξονες x΄x και y΄y .

Να αντιστοιχίσετε κάθε πλευρά με την

εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει

|  |  |
| --- | --- |
| Πλευρές | Ευθείες |
| ΑΒ | y =2 |
| ΑΓ | x =3 |
| ΓΔ | y = 2 |
| ΒΔ | x =3 |

στον παρακάτω πίνακα

**Προτεινόμενη λύση**

ΑΒ → y =2 AΓ→ x =3 ΓΔ → y = 2 ΒΔ → x = 3

**4.**

Η ευθεία με εξίσωση 4x + y = 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | Γ | Δ | Ε |
| α) έχει κλίση | 4 | 4 | 1 | 1 |  |
| β) τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο | (4, 1) | (4, 0) | (4, 0) | (1, 0) | (0, 4) |
| γ) τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο | (0, 1) | (0, 4) | (4, 4) | (0, 4) | (0, 1) |

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η δοσμένη εξίσωση γράφεται y = 4x + 4, οπότε η κλίση της είναι 4

Σωστή απάντηση η Β

**β)**

Για y = 0 βρίσκουμε x = 1, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο

(1, 0).

Σωστή απάντηση η Δ

**γ)**

Για x = 0 βρίσκουμε y = 4, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο

(0, 4)

Σωστή απάντηση η B.

**5.**

Μία ευθεία τέμνει τους άξονες στα σημεία (3, 0) και (0, 4). Η εξίσωσή της είναι

Α : 3x + 4y = 9 Β : 3x + 4y = 16 Γ : 4x + 3y = 12

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

**Προτεινόμενη λύση**

Ελέγχουμε ποια από τις τρεις επαληθεύεται από τα δύο δοσμένα σημεία.

Επαληθεύεται η Γ, άρα είναι η σωστή απάντηση.

**Ασκήσεις**

**1.**

Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες με εξισώσεις

y = x , y = x + 2 , y = x 3

**Προτεινόμενη λύση**

Η εξίσωση y = x για x = 2 δίνει y = 1

Επομένως η γραφική της παράσταση είναι

ευθεία που διέρχεται από το σημείο (2, 1)

και την αρχή των αξόνων (μαύρη ευθεία)

Η ευθεία y = x + 2 είναι // στη μαύρη

ευθεία και τέμνει τον άξονα των y στο

σημείο (0, 2) (κόκκινη ευθεία)

Η ευθεία y = x 3 είναι // στη μαύρη

ευθεία και τέμνει τον άξονα των y στο σημείο

(0, 3) ( μπλε ευθεία)

**2.**

Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση y = 3x + 2 όταν :

**α)** Ο x είναι πραγματικός αριθμός

**β)** x ≥ 0

**γ)** 2 ≤ x ≤ 5

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Για x = 0, είναι y = 2.

Άρα ένα σημείο της ευθείας είναι το Α( 0 , 2)

Για y = 0 είναι x = .

Άρα ένα άλλο σημείο της ευθείας είναι το Β

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης είναι

ολόκληρη η ευθεία ΑΒ

**β)**

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης είναι

το κομμάτι της ευθείας του (α), του οποίου

τα σημεία έχουν τετμημένη x ≥ 0.

Δηλαδή είναι η ημιευθεία ΑΒ

**γ)**

Για x = 2 έχουμε y = 8 , άρα το σημείο Κ(2 , 8)

και για x = 5 έχουμε y = 13 , άρα το σημείο

Λ(5 , 13)

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης είναι

το κομμάτι της ευθείας του (α), του οποίου

τα σημεία έχουν τετμημένη x με 2 ≤ x ≤ 5

Δηλαδή είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ,

**3.**

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 2 και τέμνει τον άξονα των y΄y

στο σημείο με τεταγμένη 3

**Προτεινόμενη λύση**

Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής y = αx + β με α = 2 και β = 3

Επομένως είναι η y = 2x3

**4.**

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα σημεία Α(1, 1) και Β(2, 3)

**α)** Να αποδείξετε ότι η απόσταση ΑΒ είναι ίση με 

**β)** Να αποδείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση y = 2x1

διέρχεται από τα Α και Β.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η απόσταση ΑΒ δίνεται από τον τύπο :

ΑΒ =  = = 

**β)**

Η εξίσωση y = 2x1, για x = 1 δίνει y = 1, άρα η ευθεία διέρχεται από το Α

Η εξίσωση y = 2x1, για x = 2 δίνει y = 3, άρα η ευθεία διέρχεται από το Β

**5.**

Όταν χρησιμοποιούμε ταξί πληρώνουμε 0,5 € για τη σημαία και 0,2 € για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής . Να βρείτε τη συνάρτηση που μας δίνει το ποσό y που θα

πληρώσουμε για μια διαδρομή x χιλιομέτρων.

**Προτεινόμενη λύση**

Η αξία της διαδρομής των x χιλιομέτρων είναι 0,2 x.

Άρα y = 0,2 x + 0,5

**6.**

Δίνεται η ευθεία 2x3y = 6 . Να βρείτε τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες

**Προτεινόμενη λύση**

Για x = 0 έχουμε y = 2.

Επομένως το σημείο τομής με τον άξονα των y είναι το (0, 2 )

Για y = 0 έχουμε x = 3.

Επομένως το σημείο τομής με τον άξονα των x είναι το (3, 0)

**7.**

Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της ευθείας x + y = 2

**Προτεινόμενη λύση**

Βρίσκουμε τα σημεία τομής της γραφικής

παράστασης με τους άξονες

Για x = 0 έχουμε y = 2

Επομένως το σημείο τομής με τον άξονα των y

είναι το Α(0 , 2)

Για y = 0 έχουμε x = 2

Επομένως το σημείο τομής με τον άξονα των x

είναι το Β(2 , 0)

Η γραφική παράσταση της ευθείας με εξίσωση

x + y = 2 είναι η ευθεία ΑΒ

**8.**

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων το ορθογώνιου ΑΒΓΔ, του οποίου οι πλευρές ανήκουν στις ευθείες y = 2 , y = 3 , x = 1 και x = 2.

Ποιες είναι οι συντεταγμένες των κορυφών Α , Β , Γ και Δ ;

Ποιο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ

**Προτεινόμενη λύση**

Σχεδιάζουμε τις ευθείες με εξισώσεις

y = 2 , y = 3 , x = 1 και x = 2

Αυτές τεμνόμενες ορίζουν το ορθογώνιο

ΑΒΓΔ

Οι συντεταγμένες των κορυφών είναι

Α(2 , 3) , Β( 1, 3) , Γ( 1, 2) , Δ(2 ,2)

Είναι φανερό ότι ΑΒ = 3 και ΑΔ = 1

Οπότε το εμβαδόν Ε του ΑΒΓΔ είναι ίσο με

Ε = 3⋅ 1 = 3 τετραγωνικές μονάδες

**9.**

Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κόστος 200 € το τεμάχιο. Επίσης πληρώνει 100 € την ημέρα για την ενοικίαση μιας αποθήκης,

για να αποθηκεύσει τους υπολογιστές.

**α)** Να εκφράσετε το συνολικό ημερήσιο κόστος y του εργοστασίου ως συνάρτηση

του αριθμού x των υπολογιστών που κατασκευάζει ημερησίως.

**β)** Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων την συνάρτηση αυτή

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Αν το εργοστάσιο κατασκευάζει x υπολογιστές, το κόστος γι’ αυτούς είναι

200x €. Λαμβάνοντας υπόψη και το ενοίκιο της αποθήκης βρίσκουμε ότι το συνολικό ημερήσιο κόστος y είναι

y = 200x + 100 € με x ≥ 0 **(1)**

**β)**

Από την (1) προκύπτει ότι η γραφική παράσταση

της συνάρτησης είναι κομμάτι της ευθείας

y = 200x + 100.

Για x = 1 έχουμε y = 300

και για x = 2 έχουμε y = 500

Επομένως δύο σημεία από τα οποία διέρχεται η

ευθεία είναι τα (1 , 300) και (2 , 500)

Και αφού x ≥ 0 , η γραφική παράσταση της

συνάρτησης είναι το κομμάτι της ευθείας ,

τα σημεία του οποίου έχουν τετμημένη x ≥ 0.

Δηλαδή είναι η ημιευθεία δεξιά του άξονα y΄y

**10.**

Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι κάθε παίχτης ξεκινάει έχοντας από την εταιρεία παραγωγής ως δώρο 1000€ . Στη συνέχεια πρέπει να απαντήσει σε 20 ερωτήσεις

Σε κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 100 € ενώ για κάθε λανθασμένη χάνει 50 € .

Συμβολίζουμε με x το πλήθος των σωστών απαντήσεων.

**α)** Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το πλήθος ω των λανθασμένων απαντήσεων

**β)** Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το συνολικό κέρδος y του παίχτη

**γ)** Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση y

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Αφού x είναι το πλήθος των σωστών απαντήσεων, το πλήθος ω των λανθασμένων είναι ω = 20x

**β)**

Το κέρδος από τις σωστές απαντήσεις είναι 100x

Το χάσιμο από τις λανθασμένες απαντήσεις είναι 50(20x)

Το συνολικό κέρδος y είναι y = 1000 + 100x 50(20x)

y = 1000 + 100x 1000 + 50x

 y = 150x με 0 ≤ x ≤ 20

**γ)**

Η γραφική παράσταση είναι ευθύγραμμο

τμήμα με άκρα τα σημεία (0, 0) και

(20 , 3000) και φαίνεται στο σχήμα

**3.5 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ y =  – ΥΠΕΡΒΟΛΗ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 81 – 82**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα;

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **α)** | x | 2 | 3 | | 5 | **β)** | x | 2 | 3 | | 5 |
| y |  |  | |  | y | 0,2 | 0,3 | | 0,5 |
| **γ)** | x | 2 | 3 | 5 | | **δ)** | x | 2 | | 3 | 5 |
| y | 6 | 4 | 2,4 | | y | 2 | | 3 | 5 |

**Απάντηση**

**α)** Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα διότι το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών

είναι ίσο με το 1

**β)**  Δεν είναι αφού 2⋅0,2 = 0,4 ≠ 0,9 = 3⋅0,3

**γ)** Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, διότι το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών

είναι σταθερό (εδώ ίσο με 12)

**δ)** Δεν είναι αφού 2⋅(2) = 4 ≠ 9 = 3⋅(3)

**2.**

Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

Σωστό (Σ) Λάθος (Λ)

**α)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y =

έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία x = 2 Λ

**β)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y =

διέρχεται από την αρχή Ο των αξόνων Λ

**γ)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y =

βρίσκεται στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο Σ

**δ)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = Σ

έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων

**Απάντηση**

Φαίνεται παραπάνω

**3.**

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις (α) , (β) και (γ) τριών υπερβολών .

Να αντιστοιχίσετε σε κάθε μία την εξίσωση της



|  |  |
| --- | --- |
| Α | y **=** |
| Β | y **=** |
| Γ | y **=** |

**Προτεινόμενη λύση**

O τύπος y =  για x = 1 δίνει y =1, επομένως Α → γ

O τύπος y =  για x = 1 δίνει y = 2 , επομένως Β → β

O τύπος y =  για x = 1 δίνει y = 3, επομένως Γ → α

**Ασκήσεις**

**1.**

Τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα να συμπληρώσετε τον πίνακα

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| y |  |  | 4 |  |  |  |

**Προτεινόμενη λύση**

Aφού τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών θα είναι σταθερό.

Kαι δεδομένου ότι 3⋅ 4 = 12 , το σταθερό γινόμενο θα είναι 12 .

οπότε ο πίνακας γίνεται

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| y | 12 | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 |

**2.**

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

**α)** y =  **β)** y =  **γ)** y = 

**Προτεινόμενη λύση**

Πίνακας τιμών

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| y = | x | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | 1,5 | 3 | 3 | 1,5 | 1 |
| y = | x | 5 | 2 | 1 | 1 | 2 | 5 |
| y | 1 | 2,5 | 5 | 5 | 2,5 | 1 |
| y = | x | 5 | 2 | 1 | 1 | 2 | 5 |
| y | 4 | 10 | 20 | 20 | 10 | 4 |

Γραφική παράσταση



**3.**

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

y =  και y = 

**Προτεινόμενη λύση**

Πίνακας τιμών

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| y = | x | 12 | 3 | 1 | 1 | 3 | 12 |
| y | 1 | 4 | 12 | 12 | 4 | 1 |
| y = | x | 12 | 3 | 1 | 1 | 3 | 12 |
| y | 1 | 4 | 12 | 12 | 4 | 1 |

Γραφική παράσταση



**4.**

Η απόσταση Γης Σελήνης είναι περίπου ΓΣ = 380.000 χιλιόμετρα

**α)** Ποια είναι η ταχύτητα σε km / h ενός πυραύλου που διανύει την απόσταση σε 3

ημέρες;

**β)** Να εκφράσετε την ταχύτητα υ ενός πυραύλου ως συνάρτηση του χρόνου t που

χρειάζεται να διανύσει την απόσταση ΓΣ. Να σχεδιάσετε την γραφική

παράσταση της συνάρτησης αυτής

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Επειδή 3 ημέρες = 72 ώρες , η ταχύτητα υ του πυραύλου είναι ίση με

υ =  = 5277,8 km / h

**β)**

Αν ο πύραυλος χρειάζεται χρόνο

t ώρες για να διανύσει την απόσταση

ΓΣ = 380000 km, θα πρέπει η ταχύτητα

υ να είναι ίση με υ = 

Η γραφική παράσταση δίπλα

**5.**

Θεωρούμε όλα τα ορθογώνια με εμβαδόν 36 cm2 .

**α)** Ονομάζουμε x και y τις διαστάσεις ενός τέτοιου ορθογωνίου.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 | 18 | 36 |
| y | 36 | 18 | 12 | 9 | 6 | 3 | 2 | 1 |

Τι έχετε να παρατηρήσετε για τα μεγέθη x και y;

**β)**  Να εκφράσετε το πλάτος y ενός τέτοιου ορθογωνίου ως συνάρτηση του μήκους x.

**γ)**  Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων τη γραφική παράσταση της

συνάρτησης αυτής

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Εμβαδόν = 36 άρα xy = 36 άρα y = 

Για τις δοσμένες τιμές x του πίνακα βρίσκουμε τα αντίστοιχα y και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

Παρατηρούμε ότι xy = σταθερό, άρα τα μεγέθη x, y είναι αντιστρόφως ανάλογα

**β)**

στο (α) ερώτημα είδαμε ότι y = 

**γ)**

Η γραφικήπαράσταση φαίνεται στο

διπλανό σχήμα