* 1. **ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

 **ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ – ΔΕΙΓΜΑ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 87 – 88**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει απορρυπαντικά, για να προωθήσει ένα νέο

προϊόν έκανε πρώτα μία έρευνα της Ελληνικής αγοράς. Απευθύνθηκε σε μία εταιρεία δημοσκοπήσεων και ζήτησε να μάθει πόσες φορές οι Ελληνίδες νοικοκυρές αγοράζουν απορρυπαντικό κάθε μήνα. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων επέλεξε να ρωτήσει 2000 νοικοκυρές και έδωσε τα αποτελέσματα στον εργοστασιάρχη .

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**i .** Ο πληθυσμός της έρευνας είναι :

 **α)** Όλοι οι έλληνες πολίτες

 **β)** 2000 νοικοκυρές

 **γ)**  Όλες οι ελληνίδες νοικοκυρές

 **δ)** Όλοι οι πελάτες των σούπερ μάρκετ

**ii.** Η μεταβλητή της έρευνας είναι

 **α)** Οι Ελληνίδες νοικοκυρές

 **β)** Τα απορρυπαντικά που κυκλοφορούν στην Ελλάδα

 **γ)** Τα απορρυπαντικά που χρησιμοποιούν οι ελληνίδες νοικοκυρές

 **δ)** Πόσες φορές αγοράζουν απορρυπαντικό οι ελληνίδες νοικοκυρές

**iii.** Το μέγεθος του δείγματος είναι

 **α)**  Περίπου 5.000.000 ελληνίδες νοικοκυρές

 **β)**  Οι 2000 ελληνίδες νοικοκυρές

 **γ)** Το πλήθος των απορρυπαντικών που αγοράζονται κάθε μήνα

 **δ)** Όλες οι μάρκες απορρυπαντικών που κυκλοφορούν στην ελληνική αγορά

**Απάντηση**

i→ γ ii→δ iii→β

**Ασκήσεις**

**1.**

Να υπολογίσετε χωρίς μολύβι και χαρτί :

**α)** το 100% του 72

**β)** το 50% του 60

**γ)** το 25% του 80

**δ)** το 10% του 70

**ε)** το 20% του 80

**στ)** το 72% του 100

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 72, **β)** 30 , **γ)** 20 , **δ)** 7, **ε)** 16, **στ)** 72

**2 .**

Να υπολογίσετε :

**α)** το 15% του 80

**β)** το 40% του 60

**γ)** το 35% του 120

**δ)** το 75% του 80

**ε)** το 30% του 30

**στ)** το 5% του 1000

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** ⋅ 80 = 12 , **β)** ⋅ 60 =24 , **γ)** ⋅ 120 = 42

**δ)** ⋅ 80 = 60 , **ε)** ⋅ 30 = 9 , **στ)** ⋅ 1000 = 50

**3.**

Το 15 είναι το 25 % του αριθμού α) 25 β) 60 γ) 100 δ) 40

**Προτεινόμενη λύση**

Επειδή ⋅ 60 = 15, σωστή απάντηση η β

**4.**

Το 15% του αριθμού 200 είναι α) 30 β) 7 γ) 21 δ) 42

**Προτεινόμενη λύση**

Επειδή ⋅ 200 = 30 , σωστή απάντηση η α.

**5.**

Σε μία έρευνα που έγινε σε 2000 άτομα, οι 300 ήταν νέοι κάτω των 25 ετών .

Τι ποσοστό του δείγματος αντιπροσωπεύει ο αριθμός αυτός ;

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω x % το ζητούμενο ποσοστό. Τότε ⋅ 2000 = 300 άρα

 20x = 300

 x = 15

Δηλαδή το ζητούμενο ποσοστό είναι το 15%

**6.**

Σε μία δημοσκόπηση που έγινε για τις προεδρικές εκλογές , 360 άτομα απάντησαν ότι προτιμούν τον υποψήφιο «Α», 280 άτομα τον υποψήφιο «Β» και 160 άτομα τον

υποψήφιο «Γ». Ποια είναι τα ποσοστά κάθε υποψηφίου στην δημοσκόπηση αυτή ;

**Προτεινόμενη λύση**

Συνολικά τα άτομα που ρωτήθηκαν είναι 360 + 280 + 160 = 800

Το ποσοστό που προτιμά τον υποψήφιο Α είναι  ⋅100 = 45 %

Το ποσοστό που προτιμά τον υποψήφιο Β είναι  ⋅100 = 35 %

Το ποσοστό που προτιμά τον υποψήφιο Γ είναι το υπόλοιπο 20%

**7.**

Σε ένα σχολείο φοιτούν 120 αγόρια και 180 κορίτσια , ενώ στη Β΄ Γυμνασίου φοιτούν συνολικά 90 άτομα.

**α)** Ποιο είναι το ποσοστό των κοριτσιών στο σχολείο;

**β)** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών της Β΄ Γυμνασίου;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Το πλήθος των παιδιών που φοιτούν στο σχολείο είναι 120 + 180 = 300

Το ποσοστό των κοριτσιών είναι ⋅100 = 60 %

**β)**

Το ποσοστό των μαθητών της Β΄ Γυμνασίου είναι ⋅100 = 30 %

**8.**

Για να βρούμε τα ποσοστά των οπαδών των ομάδων ποδοσφαίρου, ρωτήσαμε 1000 άτομα στον Πειραιά ποια ομάδα υποστηρίζουν.

Ποιος είναι ο πληθυσμός της έρευνας και ποιο το δείγμα ; Είναι το δείγμα αξιόπιστο ;

**Προτεινόμενη λύση**

Ο πληθυσμός είναι το σύνολο των οπαδών , το δείγμα είναι τα 1000 άτομα που ρωτήθηκαν. Προφανώς το δείγμα **δεν** είναι αξιόπιστο.

**9.**

Η Κατερίνα, για να βρει το δημοφιλέστερο τραγούδι αυτή την περίοδο σκοπεύει να ρωτήσει τους μαθητές ενός σχολείου. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το αποτέλεσμα δεν θα είναι αντικειμενικό ; Τι πρέπει να κάνει η Κατερίνα για να καταλήξει σε ένα

αξιόπιστο συμπέρασμα ;

**Προτεινόμενη λύση**

Το αποτέλεσμα δεν θα είναι αντικειμενικό δεδομένου ότι το δείγμα που θα χρησιμοποιηθεί δεν είναι αξιόπιστο.

(Οι μαθητές του σχολείου που θα ρωτηθούν είναι όλοι νέοι και μάλλον έχουν κοινές μουσικές προτιμήσεις).

Για να είναι το συμπέρασμα αξιόπιστο θα πρέπει να ρωτηθούν άτομα διαφόρων ηλικιών από όλη την περιοχή.

**4. 2 ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 93 – 94**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1 .**

Ρωτήσαμε μερικούς μαθητές ενός

γυμνασίου πόσες φορές πήγαν

στον κινηματογράφο τον τελευταίο

μήνα. Οι απαντήσεις τους φαίνονται

στο διπλανό διάγραμμα .

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  Α |  Β |  Γ |  Δ |
| 1. Το πλήθος των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν | 8 | 5 | 25 | 100 |
| 2. Πόσοι μαθητές πήγαν 3 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;  | 6 | 5 | 8 | 0 |
| 3. Πόσοι μαθητές πήγαν 5 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα; | 3 | 0 | 8 | 5 |
| 4. Πόσοι μαθητές πήγαν τουλάχιστον 2 φορές  σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα; | 10 | 8 | 18 | 15 |
| 5. Πόσοι μαθητές πήγαν το πολύ 2 φορές  σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;  | 10 | 8 | 18 | 15 |
| 6. Οι μαθητές που δεν πήγαν ούτε μία φορά σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα αποτελούν ποσοστό  | 3% | 12% | 10% | 30% |

**Απάντηση**

Λαμβάνοντας υπόψη το διάγραμμα βρίσκουμε ότι σωστές αντιστοιχίσεις είναι οι

1→ Γ , 2→Β, 3→Β, 4→Δ, 5→ Γ , 6→Β

**2 .**

Σε μία έρευνα ρωτήθηκαν 400 φίλαθλοι μιας πόλης

ποια από τις τρείς ομάδες ποδοσφαίρου της πόλης

τους είναι η καλύτερη .

Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό κυκλικό

διάγραμμα .

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  Α |  Β |  Γ |  Δ |
| 1. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της  «κίτρινης καταιγίδας » | 25% | 90% | 30% | 50% |
| 2. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της  «πράσινης λαίλαπας »;  | 35% | 40% | 90% | 30% |
| 3. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της  «κόκκινης θύελλας » | 160% | 35% | 80% | 25% |
| 4 . Πόσα άτομα υποστηρίζουν την  «κίτρινη καταιγίδα » | 90 | 200 | 100 | 25 |
| 5. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην  «κόκκινη θύελλα» είναι  | 126ο | 150ο | 160ο | 144ο |

**Προτεινόμενη λύση**

**1.**

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί στους οπαδούς της «κίτρινης καταιγίδας» είναι το  της « πίτας», δηλαδή το 25% . Άρα **σωστή απάντηση η Α**

**2.**

⋅100 = 40% . Άρα **σωστή απάντηση η Β**

**3.**

Είναι φανερό ότι θα είναι το υπόλοιπο 35% . Άρα **σωστή απάντηση η Β**

**4.**

⋅ 400 = 100 . Άρα **σωστή απάντηση η Γ**

**5 .**

⋅ 360ο = 126ο. Άρα **σωστή απάντηση η Α**

**Ασκήσεις**

**1.**

Το παρακάτω εικονόγραμμα μας πληροφορεί για τον αριθμό των βιβλίων που πούλησε ένας εκδοτικός οίκος τα έτη 2000, 2001, 2002 και 20003

 ( = 20000 βιβλία )



Έτος 2000



Έτος 2001



Έτος 2002



Έτος 2003

**α)** Να βρείτε πόσα βιβλία πουλήθηκαν κάθε έτος και πόσα συνολικά και τα τέσσερα

 έτη.

**β)** Να υπολογίσετε το ποσοστό των συνολικών πωλήσεων που αντιπροσωπεύουν οι

 πωλήσεις που πραγματοποιήθηκαν το έτος 2002.

**γ)** Να μετατρέψετε το παραπάνω εικονόγραμμα σε χρονόγραμμα.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Το 2000 πουλήθηκαν 80.000 βιβλία

Το 2001 πουλήθηκαν 110.000 βιβλία

 Το 2002 πουλήθηκαν 160.000 βιβλία

Το 2003 πουλήθηκαν 130.000 βιβλία

Συνολικά πουλήθηκαν 480.000 βιβλία

**β)**

⋅ 100 = 33,3 %

**γ)**

Το ζητούμενο χρονόγραμμα

**2.**

Η μετακίνηση των μαθητών ενός Γυμνασίου φαίνεται στο παρακάτω εικονόγραμμα.

Με τη βοήθεια του παρακάτω εικονογράμματος ( = 12 μαθητές) :



**α)** Να βρείτε πόσους μαθητές έχει συνολικά το γυμνάσιο αυτό.

**β)** Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν το λεωφορείο.

**γ)** Να παραστήσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Με λεωφορείο μετακινούνται 6 ⋅ 12 = 72 μαθητές

Με αυτοκίνητο μετακινούνται 2 ⋅ 12 = 24 μαθητές

Με ποδήλατο μετακινούνται 3 ⋅ 12 = 36 μαθητές

Με παπάκι μετακινούνται 4 ⋅ 12 = 48 μαθητές

Με τα πόδια μετακινούνται 10 ⋅12 = 120 μαθητές

Το γυμνάσιο συνολικά έχει : 72 + 24 + 36 + 48 + 120 = 300 μαθητές

**β)**

⋅ 100 = 24%

**γ)**

Το ζητούμενο ραβδόγραμμα

**3.**

Σε μία αποθήκη υπάρχουν τέσσερις τύποι κινητών τηλεφώνων Α, Β, Γ και Δ σε ποσοστά αντίστοιχα 10% , 30% , 40% και 20% .

**α)** Να παραστήσετε τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα.

**β)** Να βρείτε πόσα τηλέφωνα υπάρχουν από κάθε τύπο, αν ο συνολικός αριθμός τους

 είναι 400.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Βρίσκουμε την γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε κάθε τύπο τηλεφώνου

Τύπος Α : = 36ο

Τύπος Β : = 108ο

Τύπος Γ : = 144ο

Τύπος Δ : = 72ο

Το κυκλικό διάγραμμα φαίνεται παραπάνω

**β)**

Τύπος Α :  = 40 τηλέφωνα

Τύπος Β : = 120 τηλέφωνα

Τύπος Γ :  = 160 τηλέφωνα

Τύπος Δ :  = 80 τηλέφωνα

**4.**

Ρωτήσαμε τους μαθητές ενός γυμνασίου πόσες μέρες απουσίασαν από το σχολείο τον τελευταίο μήνα . Οι απαντήσεις φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

|  |  |
| --- | --- |
| Αριθμός ημερών  | Αριθμός μαθητών |
| 0 | 35 |
| 1 | 12 |
| 2 | 8 |
| 3 | 2 |
| 4 |  |
| Σύνολο | 60 |

**α)** Πόσοι μαθητές απουσίασαν 4 ημέρες ; Τι ποσοστό αποτελούν αυτοί οι

 μαθητές ;

**β)** Να παραστήσετε τα δεδομένα του πίνακα με ραβδόγραμμα και κυκλικό

 διάγραμμα.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

60( 35 + 12 + 8 + 2) = 6057 = 3 μαθητές απουσίασαν 4 ημέρες και το ποσοστό τους είναι : = 5 %

**β)**

Το ραβδόγραμμα

 φαίνεται δίπλα.

Για το κυκλικό διάγραμμα,

βρίσκουμε τη γωνία του

κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί

σε κάθε αριθμό ημερών

0 ημέρες  = 210ο

1 ημέρα  = 72ο

2 ημέρες = 48ο

3 ημέρες  = 12ο

4 ημέρες  = 18ο

Το κυκλικό διάγραμμα φαίνεται δίπλα

5.

Δίνεται το διπλανό κυκλικό διάγραμμα

**α)** Να βρείτε τη γωνία ω

**β)** Να το μετατρέψετε σε εικονόγραμμα

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Τα γράμματα της Ελληνικής αλφαβήτου

είναι 24 και τα φωνήεντα είναι 7.

Επομένως η γωνία ω είναι ίση με  = = 105ο

**β)**

****Τα γράμματα της Ελληνικής αλφαβήτου φαίνονται στο παρακάτω εικονόγραμμα

 ( ) δύο γράμματα της αλφαβήτα



Φωνήεντα :



Σύμφωνα :

**6 .**

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των λεπτών που μελετούν κατά μέσο όρο ημερησίως οι μαθητές της Γ Γυμνασίου ενός σχολείου.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Αριθμός λεπτών  | % Αγοριών  | % Κοριτσιών |
| 30΄ | 6% | 4% |
| 60΄ | 14% | 12% |
| 90΄ | 33% | 27% |
| 120΄ | 30% | 33% |
| 150΄ | 12% | 16% |
| 180΄ | 5% | 8% |

**α)** Να παραστήσετε τα δεδομένα του πίνακα με ένα ραβδόγραμμα

**β)** Να βρείτε το ποσοστό (%) των μαθητών που μελετούν τουλάχιστον 90΄ και το

 ποσοστό των μαθητών που μελετούν το πολύ 120΄.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Ραβδόγραμμα

**β)**

Τουλάχιστον 90 λεπτά μελετά το 33 + 30 + 12 + 5 = 80 % των αγοριών

 το 27 + 33 + 16 + 8 = 84% των κοριτσιών

Το πολύ 120 λεπτά μελετά το 6 + 14 + 33 + 30 = 83 % των αγοριών

 το 4 + 12 + 27 + 33 = 76 % των κοριτσιών

**4. 3 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ**

 **ΣΧΕΤΙΚΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 97 – 98 – 99**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Παιδιά | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Αριθμός οικογενειών | 11 | 12 | 7 | 5 | 3 | 2 |

Στον διπλανό πίνακα έχουμε συγκεντρώσει

τα αποτελέσματα μιας έρευνας που έγινε

σε μία κωμόπολη σχετικά με τον αριθμό

των παιδιών που έχει κάθε οικογένεια.

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Α | Β | Γ | Δ |
| **1**. Το συνολικό πλήθος οικογενειών που ρωτήθηκαν είναι  | 5 | 6 | 40 | 12 |
| **2**. Η συχνότητα της τιμή 4 είναι  | 3 | 6 | 40 | 2 |
| **3.** Η σχετική συχνότητα των οικογ.  που δεν έχουν παιδιά είναι  |  |  |  |  |
| **4.** Η σχετική συχνότητα των οικογ. που έχουν 3 παιδιά ως ποσοστό  επί τοις εκατό είναι |  |  |  |  |
| **5**. Αν κατασκευάσουμε κυκλικό Διάγραμμα , η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στις οικογένειες που  έχουν 1 παιδί είναι  |  |  |  |  |

**Προτεινόμενη λύση**

**1.** Πλήθος οικογενειών = 11 + 12 + 7 + 5 + 3 + 2 = 40 άρα **σωστή απάντηση η Γ**

**2** . 4 παιδιά έχουν 3 οικογένειες , οπότε η συχνότητα της τιμής 4 είναι το 3.

 Άρα **σωστή απάντηση η Α**

**3**. Η σχετική συχνότητα της τιμής 0 είναι . Άρα **σωστή απάντηση η Β**

**4**. Η σχετική συχνότητα της τιμής 3 σε ποσοστό επί τοις εκατό είναι .

 Άρα **σωστή απάντηση η Δ**

**5**. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην τιμή 1 στο κυκλικό διάγραμμα είναι

 . Άρα **σωστή απάντηση η Α**

**2.**

Μία έρευνα που έγινε μεταξύ μαθητών ενός Γυμνασίου της Κρήτης , σχετικά με τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις τους , κατέληξε σε έντονη διαφωνία με αποτέλεσμα να χαθούν μερικά στοιχεία . Μπορείτε να βρείτε τα στοιχεία που λείπουν;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ομάδες  | Συχνότητες  | Σχετικές συχνότητες (%) |
| ΑΕΚ | 40 | 20 |
| ΠΑΟΚ | 10 | 5 |
| ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ | 30 | 15 |
| ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ | 20 | 10 |
| ΟΦΗ | 70 | 35 |
| ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ | 30 | 15 |
| Σύνολο | 200 | 100 |

**Προτεινόμενη λύση**

Από τα στοιχεία που αναφέρονται στον ΟΦΗ, βρίσκουμε ότι

η σχετική συχνότητα της τιμής ΟΦΗ είναι  = 0,35

Αν ν είναι το μέγεθος του δείγματος τότε 0,35 =  άρα ν =  = 200

Η σχετική συχνότητα της τιμής ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ είναι ίση με ⋅ 100 = 15 %

Η σχετική συχνότητα της τιμής ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ είναι ίση επίσης με ⋅ 100 = 15 %

Αν x είναι η συχνότητα της τιμής ΠΑΟΚ τότε  =  άρα x = 10

Αν y είναι η συχνότητα της τιμής ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ τότε  =  άρα y = 20

Οι οπαδοί όλων των ομάδων πλην της ΑΕΚ είναι 10 + 30 + 20 + 70+ 30 = 160 Οπότε οι οπαδοί της ΑΕΚ είναι 200160 = 40

Η σχετική συχνότητα της τιμής ΑΕΚ είναι ⋅ 100 = 20 %

Μετά από αυτά ο πίνακας συμπληρώνεται όπως παραπάνω .

**Ασκήσεις**

**1.**

 Αριθμός παιδιών των οικογενειών Αριθμός απουσιών των μαθητών μιας τάξης

 ενός χωριού κατά τον μήνα Νοέμβριο

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Αριθμόςπαιδιών | Συχνότητα  | ΣχετικήΣυχνότητα %  |  | Αριθμός απουσιών | Συχνότητα  | ΣχετικήΣυχνότητα% |
| 0 | 4 | 10 |  | 0 | 3 | 7,5 |
| 1 | 10 | 25 |  | 1 | 8 | 20 |
| 2 | 14 | 35 |  | 2 | 12 | 30 |
| 3 | 8 | 20 |  | 3 | 6 | 15 |
| 4 | 4 | 10 |  | 4 | 6 | 15 |
| Σύνολο | 40 | 100 |  | 5 | 4 | 10 |
|  |  |  |  | 6 | 1 | 2,5 |
|  |  |  |  | Σύνολο | 40 | 100 |

**Προτεινόμενη λύση**

Στον πρώτο πίνακα το μέγεθος του δείγματος είναι ίσο με το άθροισμα όλων των συχνοτήτων δηλαδή = 4 + 10 + 14 + 8 + 4 = 40 .

Για να βρούμε τις σχετικές συχνότητες χρησιμοποιούμε τον τύπο :

Σχετική συχνότητα % = ⋅ 100

μετά από αυτά ο πρώτος πίνακας συμπληρώνεται όπως παραπάνω

Στον δεύτερο πίνακα η συχνότητα της τιμής 5 προκύπτει αν από το σύνολο 40 των παρατηρήσεων αφαιρέσουμε όλες τις άλλες συχνότητες .

Έτσι βρίσκουμε : 4036 = 4 και στη συνέχεια συμπληρώνουμε τον πίνακα όπως και προηγουμένως

**2.**

Ο αριθμός των γεννήσεων σε ένα μαιευτήριο τα έτη 2000 έως 2004 φαίνεται στο παρακάτω ραβδόγραμμα

**α)** Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

**β)** Να μετατρέψετε το ραβδόγραμμα σε χρονόγραμμα

**γ)** Ποια έτη οι γεννήσεις παρουσιάζουν αύξηση και ποια μείωση;

**Προτεινόμενη λύση**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Έτος | Συχνότητα | Σχετικήσυχνότητα % |
| 2000 | 400 | 20 |
| 2001 | 250 | 12,5 |
| 2002 | 450 | 22,5 |
| 2003 | 500 | 25 |
| 2004 | 400 | 20 |
| Σύνολο | 2000 | 100 |

 **α)**

Όπως εύκολα προκύπτει από το

ραβδόγραμμα , έχουμε τον πίνακα

**β)**

Το ζητούμενο χρονόγραμμα

**γ)**

Οι γεννήσεις παρουσίασαν αύξηση τα έτη 2002 και 2003 και πτώση τα 2001 και 2004

**3.**

Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων μιας βιοτεχνίας το πρώτο δεκαήμερο του Μαρτίου είναι : 0. 0, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 0, 1

**α)** Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

**β)** Να παρασταθούν τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα

**γ)** Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Αριθμόςελαττωματικώνπροϊόντων | Συχνότητα | Σχετικήσυχνότητα % |
| 0 | 3 | 30 |
| 1 | 4 | 40 |
| 2 | 3 | 30 |
| Σύνολο | 10 | 100 |

 Με βάση τα δεδομένα και την

σχετική διαλογή προκύπτει ο διπλανόςπίνακας συχνοτήτων,

ο οποίος συμπληρώνεται με την γνωστή πλέον διαδικασία και

με την στήλη των σχετικών

συχνοτήτων.

**β)**

Βρίσκουμε τις γωνίες των τομέων που αντιστοιχούν στις τιμές 0 , 1 και 2 .

Στην τιμή 0, η γωνία που αντιστοιχεί είναι ίση με : θ = ⋅ 360ο = 108ο

Στην τιμή 1, η γωνία που αντιστοιχεί είναι ίση με : θ = ⋅ 360ο = 144ο

Και στην τιμή 2 προφανώς 108ο

Κυκλικό διάγραμμα



**γ)**

Ραβδόγραμμα

σχετικών

συχνοτήτων

**4.**

Τα αποτελέσματα που πέτυχε μία ομάδα ποδοσφαίρου σε 34 αγώνες ήταν :

Η, Η, Ι, Ν, Ι, Ι, Ι, Ι, Ν, Η, Ι, Η, Η, Ι, Ν, Ι, Η

Ν, Ι, Ι, Ι, Ν, Η, Η, Ι, Ι, Ι, Ι, Ι, Ι, Ν, Ι, Ν, Ν .

( Ν = νίκη , Η = ήττα , Ι = ισοπαλία )

**α)** Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

**β)** Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα και

 κυκλικό διάγραμμα .

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Αποτελέσματα | Συχνότητα | Σχετικήσυχνότητα % |
| Η | 8 | 23,53 |
| Ι | 18 | 52,94 |
| Ν | 8 | 23,53 |
| Σύνολο | 34 | 100 |

 Με βάση τα δεδομένα και την

σχετική διαλογή, προκύπτει ο

διπλανός πίνακας συχνοτήτων,

 ο οποίος συμπληρώνεται με

την γνωστή πλέον διαδικασία

και με την στήλη των σχετικών

συχνοτήτων.

**β)**

Ραβδόγραμμα



Κυκλικό διάγραμμα

**5.**

Ο αριθμός των μηνυμάτων που έστειλε ανά ημέρα τον μήνα Ιούλιο ο Τάκης είναι ;

4, 5, 2, 1, 5, 4, 0, 4, 7, 3,

5, 2, 2, 6, 5, 3, 2, 3, 1, 7,

6, 4, 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 5, 2

**α)** Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

**β)** Να βρείτε πόσες ημέρες τα μηνύματα ήταν περισσότερα από 3

**γ)** Να βρείτε το ποσοστό των ημερών στις οποίες τα μηνύματα ήταν το πολύ 3

**δ)** Να παραστήσετε την κατανομή των σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα .

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Μηνύματα | Συχνότητα | Σχετική %συχνότητα  |
| 0 | 1 | 3,23 |
| 1 | 2 | 6,45 |
| 2 | 8 | 25,81 |
| 3 | 5 | 16,13 |
| 4 | 5 | 16,13 |
| 5 | 6 | 19,35 |
| 6 | 2 | 6,45 |
| 7 | 2 | 6,45 |
| Σύνολο | 31 | 100 |

Με βάση τα δεδομένα και την σχετική διαλογή προκύπτει ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων, ο οποίος συμπληρώνεται

με την γνωστή πλέον διαδικασία και με

με την στήλη των σχετικών συχνοτήτων.

**β)**

Περισσότερα από 3 μηνύματα, δηλαδή 4, 5 , 6, 7 ήταν 5 + 6 + 2 + 2 = 15 ημέρες

**γ)**

Το πολύ 3 μηνύματα, δηλαδή 0 , 1 , 2 , 3 ήταν σε ποσοστό ημερών

3,23 + 6,45 + 25,81 + 16,13 = 51,62 %

**δ)**

Ραβδόγραμμα

σχετικών

συχνοτήτων

**6.**

Σε μία έρευνα που έγινε σε 25 μαθητές ως προς την ομάδα αίματος, έγινα οι παρατηρήσεις ;

Ο, Α, Α, Α, Ο, ΑΒ, Α, Β, Α, ΑΒ, Β, Ο, Α, Ο, Β, Β, Β, Α, Α, ΑΒ, Β, Ο, Α, Α, Α .

**α)** Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό

**β)** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν ομάδα αίματος Α ή Β ;

**γ)** Ποια ομάδα αίματος εμφανίζεται λιγότερο στο δείγμα;

**Προτεινόμενη λύση**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ομάδααίματος | Συχνότητα | Σχετικήσυχνότητα % |
| Ο | 5 | 20 |
| Α | 11 | 44 |
| Β | 6 | 24 |
| ΑΒ | 3 | 12 |
| Σύνολο | 25 | 100 |

**α)**

Με βάση τα δεδομένα και την

σχετική διαλογή προκύπτει ο

παρακάτω πίνακας συχνοτήτων,

ο οποίος συμπληρώνεται με την

γνωστή πλέον διαδικασία και με

την στήλη των σχετικών συχνοτήτων

**β)**

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα, το ποσοστό των μαθητών που έχουν ομάδα αίματος Α ή Β είναι ίσο με : 44 + 24 = 68%

**γ)**

Είναι φανερό ότι η ομάδα ΑΒ εμφανίζεται λιγότερο στο δείγμα με συχνότητα 3.

**7.**

Σε ένα διαγώνισμα με τέσσερις

ερωτήσεις ο αριθμός των σωστών

απαντήσεων φαίνεται στο κυκλικό

διάγραμμα .

**α)**  Να γίνει ο πίνακας σχετικών

 συχνοτήτων

**β)** Αν κάθε σωστή ερώτηση

 βαθμολογείται με 5 μονάδες , να

 βρεθεί το ποσοστό των μαθητών

 που έχουν βαθμολογία μικρότερη

 ή ίση του 10.

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Οι σχετικές % συχνότητες βρίσκονται με βάση τον τύπο :

σχετική συχνότητα = ⋅ 100 , όπου θ η γωνία του κάθε τομέα έτσι λοιπόν έχουμε :

Σχετική συχνότητα καμίας σωστής απάντησης = ⋅ 100 = 8,3 %

Σχετική συχνότητα μίας σωστής απάντησης = ⋅ 100 = 25%

Σχετική συχνότητα δύο σωστών απαντήσεων = ⋅ 100 = 41,7%

Σχετική συχνότητα τριών σωστών απαντήσεων = ⋅ 100 = 16,7 %

Σχετική συχνότητα τεσσάρων σωστών απαντήσεων = 8,3 %

|  |  |
| --- | --- |
| ΠλήθοςΕρωτήσεων  | Σχετικήσυχνότητα % |
| 0 | 8,3 |
| 1 | 25 |
| 2 | 41,7 |
| 3 | 16,7 |
| 4 | 8,3 |
| σύνολο | 100 |

Πίνακας σχετικών συχνοτήτων

**β)**

Ένας μαθητής για να έχει βαθμολογία μικρότερη ή ίση του 10 , αφού κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες , θα πρέπει να έχει απαντήσει σε δύο το πολύ ερωτήσεις . Επομένως το ζητούμενο ποσοστό είναι : 8,3 + 25 + 41,7 = 75%

**8.**

Στο εικονόγραμμα δίνεται ο αριθμός των υπολογιστών που πούλησε μία εταιρεία το έτος 2003 για τέσσερις μάρκες Α , Β , Γ και Δ .

**α)** Πόσους υπολογιστές πούλησε συνολικά η εταιρεία ;

**β)** Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων

**γ)** Ποιο είναι το ποσοστό των υπολογιστών που δεν είναι μάρκας Α ή Β ;

 = 1000 υπολογιστές



**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Μάρκα Α : 4⋅ 1000 = 4000

Μάρκα Β : 7⋅ 1000 = 7000

Μάρκα Γ : 4⋅ 1000 = 4000

Μάρκα Δ : 5⋅ 1000 = 5000

Το σύνολο των πωλήσεων είναι ίσο με : 4000 + 7000 + 4000 + 5000 = 20000

 υπολογιστές

|  |  |
| --- | --- |
| Μάρκα  | Συχνότητα  |
| Α | 4000 |
| Β | 7000 |
| Γ | 4000 |
| Δ | 5000 |
| σύνολο |  20000 |

 **β)**

Ο ζητούμενος πίνακας παρακάτω

**γ)**

Το πλήθος των υπολογιστών που δεν είναι μάρκας Α ή Β είναι 4000 + 5000 = 9000

Επομένως το αντίστοιχο ποσοστό είναι : ⋅100 = 45%

**4. 4 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 102 – 103**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Δίνονται τα ομαδοποιημένα δεδομένα του παρακάτω πίνακα

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 |
| Συχνότητες | 3 | 5 | 8 | 4 |

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Α | Β | Γ | Δ |
| 1. Το πλάτος κάθε κλάσης είναι | 4 | 5 | 2 | 20 |
| 2. Το κέντρο της κλάσης 5-10 είναι | 5 | 15 | 7,5 | 10 |
| 3. Η συχνότητα της κλάσης 5-10 είναι |  | 8 |  | 5 |

**Προτεινόμενη λύση**

1. Το πλάτος ισούται με την διαφορά των άκρων κάθε κλάσης δηλαδή 5.

 Άρα **σωστή απάντηση η Β**

2. Το κέντρο της κλάσης 5-10 είναι ίσο με  = 7,5.

 Άρα **σωστή απάντηση η Γ**

3. Η συχνότητα της κλάσης 5-10 είναι 5. Άρα **σωστή απάντηση η Δ**

**2.**

Δίνονται οι βαθμοί που πήραν 20 μαθητές σ’ ένα διαγώνισμα

18 16 12 6 10

11 7 13 4 18

12 15 3 10 8

18 7 14 14 11

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις  | 0-4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| Συχνότητες | 1 | 4 | 5 | 6 | 4 |
| Σχετικές συχνότητες  | 0,05 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,2  |

**Προτεινόμενη λύση**

κάνοντας διαλογή βλέπουμε ότι στην κλάση 0-4 βρίσκονται 1 παρατήρηση

 στην κλάση 4-8 βρίσκονται 4 παρατηρήσεις

 στην κλάση 8-12 βρίσκονται 5 παρατηρήσεις

 στην κλάση 12-16 βρίσκονται 6 παρατηρήσεις

 στην κλάση 16-20 βρίσκονται 4 παρατηρήσεις

Οπότε οι συχνότητες των κλάσεων είναι : 1 , 4, 5, 6 , 4 αντίστοιχα

Και οι σχετικές συχνότητες των κλάσεων προκύπτουν από τον τύπο :

σχετική συχνότητα κλάσης = 

Μετά από αυτά ο πίνακας συμπληρώνεται όπως φαίνεται παραπάνω

**Ασκήσεις**

**1.**

Στο παρακάτω ιστόγραμμα δίνονται οι ηλικίες 120 ατόμων που εργάζονται σε ένα υπουργείο . Τα δεδομένα είναι ομαδοποιημένα σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους .

Το ορθογώνιο της κλάσης 40-50 δεν είναι συμπληρωμένο.



**α)** Να βρείτε τις συχνότητες των κλάσεων

**β)** Να συμπληρώσετε το ιστόγραμμα

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Η συχνότητα της κλάσης 20-30 είναι ίση με το ύψος του σχετικού ορθογωνίου.

Άρα 12.

Η συχνότητα της κλάσης 30-40 είναι ομοίως 36

Η συχνότητα της κλάσης 50-60 είναι 48

Επειδή το σύνολο των παρατηρήσεων είναι 120, η συχνότητα που λείπει είναι ίση με

120 – (12 + 36 + 48) =12096= 24



**β)**

Το ιστόγραμμα

συμπληρώνεται

όπως φαίνεται δίπλα

**2 .**

Σε μία έρευνα ρωτήθηκαν 50 άτομα για τον αριθμό των ημερών που ξεκουράστηκαν τον τελευταίο μήνα . Προέκυψαν οι παρατηρήσεις

2, 3, 1, 2, 6, 1, 1, 2, 0, 5, 4, 7, 2, 4, 7, 1, 2

5, 2, 0, 1, 4, 6, 0, 3, 6, 2, 4, 6, 9, 4, 4, 3, 4

8, 5, 6, 2, 4, 4, 3, 8, 4, 3, 8, 3, 3, 5, 6, 4

**α)** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους

**β)**  Να γίνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων

**Προτεινόμενη λύση**

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Συχνότητες |
| 0-2 | 8 |
| 2-4 | 15 |
| 4-6 | 15 |
| 6-8 | 8 |
| 8-10 | 4 |
| Σύνολο | 50 |

**α)**

Η μικρότερη παρατήρηση είναι 0 και η μεγαλύτερη 9.

Δημιουργούμε 5 κλάσεις πλάτους 2.

Έτσι λοιπόν προκύπτει μετά και την σχετική διαλογή ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων

**β)**

Το ιστόγραμμα συχνοτήτων

 είναι το διπλανό

**3.**

Η βαθμολογία 30 μαθητών σ’ ένα διαγώνισμα στο κεφάλαιο της στατιστικής είναι

18, 10, 19, 4, 1, 12, 14, 10, 4, 10, 19, 12, 6, 12, 14

14, 12, 14, 4, 14, 12, 14, 19, 8, 16, 18, 6, 16, 18, 18

**α)** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους

**β)** Να γίνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Συχνότητες |
| 0-4 | 1 |
| 4-8 | 5 |
| 8-12 | 4 |
| 12-16 | 11 |
| 16-20 | 9 |
| Σύνολο | 30 |

Η μικρότερη παρατήρηση είναι 1 και η

μεγαλύτερη 19.

Δημιουργούμε 5 κλάσεις πλάτους 4.

Τις : 0-4 , 4-8 κλπ.

Έτσι λοιπόν προκύπτει μετά και την

σχετική διαλογή ο διπλανός πίνακας

συχνοτήτων.



**β)**

Το ιστόγραμμα συχνοτήτων

 είναι το διπλανό

**4.**

Ο αριθμός των τροχαίων παραβάσεων στην Εθνική οδό, που έγιναν κατά τη διάρκεια ενός μήνα ανά ημέρα, ήταν

261, 211, 223, 282, 272, 211

233, 267, 247, 243, 207, 221

294, 201, 249, 214, 242, 211

262, 285, 298, 272, 214, 232

215, 272, 245, 241, 263, 242

**α)** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους

**β)** Να γίνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων

**Προτεινόμενη λύση**

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Συχνότητες |
| 200-220 | 8 |
| 220-240 | 4 |
| 240-260 | 7 |
| 260-280 | 7 |
| 280-300 | 4 |
| Σύνολο | 30 |

**α)**

Η μικρότερη παρατήρηση είναι 201

και η μεγαλύτερη 298.

Δημιουργούμε 5 κλάσεις πλάτους 20,

τις : 200-220 , 220-240 κλπ.

Έτσι λοιπόν προκύπτει μετά και την σχετική διαλογή ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων

**β)**



Το ιστόγραμμα συχνοτήτων είναι το

διπλανό

**5.**

Από μία έρευνα, που έγινε σε 80 εργαζόμενος μιας επιχείρησης για το πόσες μέρες ήταν άρρωστοι τον περασμένο χρόνο, βρέθηκαν τα αποτελέσματα που φαίνονται παρακάτω πίνακα

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ημέρες ασθενείας  | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 |
| Ποσοστό  | 35% | 40% | 15% | 10% |

Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

**Προτεινόμενη λύση**

Από τον τύπο : σχετική % συχνότητα =  διαδοχικά έχουμε 35 =  άρα συχνότητα 1ης κλάσης = = 28

 ομοίως συχνότητα 2ης κλάσης = = 32

 συχνότητα 3ης κλάσης = =12

 συχνότητα 4ης κλάσης = = 8



Μετά από αυτά, το

ιστόγραμμα

συχνοτήτων είναι

**4.5 ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ – ΔΙΑΜΕΣΟΣ**

 **Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 108 – 109**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να κυκλώστε τις σωστές απαντήσεις

**1.**

Το άθροισμα 50 παρατηρήσεων είναι 100 . Η μέση τιμή είναι

Α: 500 Β: 5 Γ:  Δ: 2

**Προτεινόμενη λύση**

Από τον τύπο : Μέση τιμή =  = = 2

Άρα **σωστή απάντηση η Δ** την οποία και κυκλώνουμε

**2.**

Η μέση τιμή 100 παρατηρήσεων είναι 28,2 . Το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι

Α: 2,82 Β: 282 Γ: 2820 Δ: 0,282

**Προτεινόμενη λύση**

Από τον τύπο : Μέση τιμή =  έχουμε

 28,2 =  άρα

 άθροισμα παρατηρήσεων = 28,2⋅ 100 = 2820

Οπότε **σωστή απάντηση η Γ** την οποία και κυκλώνουμε.

**3.**

Η μέση τιμή μιας κατανομής είναι 3 και το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 60 .

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι

Α: 5 Β: 20 Γ: 180 Δ: 

**Προτεινόμενη λύση**

Από τον τύπο : Μέση τιμή =  έχουμε

 3 =  οπότε

 πλήθος παρατηρήσεων =  =20

**Σωστή απάντηση η Β** την οποία και κυκλώνουμε

**4.**

Από τις παρακάτω παρατηρήσεις που είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά μεγέθους λείπει η 5η κατά σειρά παρατήρηση

2 3 5 7………14 14 15

**α)** Αν η διάμεσος είναι 7, η παρατήρηση που λείπει είναι

 Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10

**β)** Αν η διάμεσος είναι 8, η παρατήρηση που λείπει είναι

 Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10

**γ)** Αν η διάμεσος είναι 8,5 , η παρατήρηση που λείπει είναι

 Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10

**Προτεινόμενη λύση**

Έστω x η παρατήρηση που λείπει. Τότε η σειρά των παρατηρήσεων γίνεται

2 3 5 7 x 14 14 15

Επειδή οι παρατηρήσεις είναι 8, η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.

Διαγράφοντας τις ακραίες παρατηρήσεις ανά δύο όπως φαίνεται παρακάτω

 βλέπουμε ότι περισσεύουν οι παρατηρήσεις

   7 x   

 7 x

Επομένως διάμεσος =  , τότε

**α)** 7 =  άρα 14 = x + 7 οπότε x = 7. **Σωστή απάντηση η Α** την οποία

 και κυκλώνουμε

**β)** 8 =  άρα 16 = 7 + x οπότε x = 9. **Σωστή απάντηση η Γ** την οποία

 και κυκλώνουμε

**γ)** 8,5 =  άρα 17 = 7 + x οπότε x = 10. **Σωστή απάντηση η Δ** την

 οποία και κυκλώνουμε

**5.**

|  |  |
| --- | --- |
| Τιμές  | Συχνότητες  |
| 10 | 2 |
| 20 | 3 |
| 30 | 4 |

Δίνεται η κατανομή συχνοτήτων του διπλανού πίνακα

Η μέση τιμή είναι ίση με

Α:  Β: 

Γ:  Δ: 

**Προτεινόμενη λύση**

Άθροισμα παρατηρήσεων : 10⋅2 + 20⋅3 + 30⋅ 4

Πλήθος παρατηρήσεων : 2 + 3 + 4 = 9 άρα

Μέση τιμή = 

 **Σωστή απάντηση η Δ** την οποία και κυκλώνουμε

**Ασκήσεις**

**1.**

Να υπολογιστεί η μέση τιμή των παρατηρήσεων

**α)** 7, 7, 7, 7, 7, 7

**β)** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

**γ)** 3, 2, 2, 0, 1, 1, 1

**δ)** , , , , , 

**Προτεινόμενη λύση**

 **α)**

Άθροισμα παρατηρήσεων : 6⋅ 7 = 42 , πλήθος παρατηρήσεων 6.

Άρα μέση τιμή = = 7

**β)**

Άθροισμα παρατηρήσεων : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55

Πλήθος παρατηρήσεων : 10 άρα

Άρα μέση τιμή = = 5,5

**γ)**

Άθροισμα παρατηρήσεων : 3 + 2(2) + 0 + 3⋅1 =3 4 + 3 = 4

Πλήθος παρατηρήσεων : 7

Άρα μέση τιμή = 

**δ)**

Άθροισμα παρατηρήσεων : 2⋅ + 2⋅+ +  =

Πλήθος παρατηρήσεων : 6

Άρα μέση τιμή =  = 

**2.**

Να βρείτε την διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε γραμμής

**α)** 4, 3, 2, 1, 1, 2

**β)** 2, 2, 4, 2, 3, 3, 1

**γ)** 100, 101, 99, 98, 101, 102, 103

**δ)** 5, 2, 0, 1, 3, 4

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

Οπότε έχουμε 2, 1, 1, 2, 3, 4

Διαγράφουμε τις ακραίες παρατηρήσεις   1 2   Οπότε η διάμεσος είναι ίση με : διάμεσος = = = 1,5

**β)**

Ομοίως 1 2 2 2 3 3 4

  άρα διάμεσος = 2

**γ)**

 98 99 100 101 101 102 103

 και όπως προηγουμένως βρίσκουμε ότι διάμεσος = 101

**δ)**

Ομοίως βρίσκουμε ότι διάμεσος = 1

**3.**

Η βαθμολογία σε 14 μαθήματα του πρώτου τετραμήνου δύο μαθητών της

Β Γυμνασίου είναι

Α μαθητής : 18, 17, 16, 19, 20, 16, 17, 19, 18, 18, 19, 18, 19, 17

Β μαθητής : 19, 19, 18, 18, 19, 20, 18, 17, 19, 19, 18, 19, 18, 20

**α)** Να βρείτε τον μέσο όρο της βαθμολογίας κάθε μαθητή

**β)** Να εκτιμήσετε ποιος μαθητής έχει καλύτερη επίδοση

**γ)** Να βρείτε την διάμεσο της βαθμολογίας κάθε μαθητή

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

**Α Μαθητής**

 μέσος όρος =  = =

 = = 17,9

**Β Μαθητής**

Ομοίως βρίσκουμε ότι : μέσος όρος = 18,6

**β)**

Είναι φανερό ότι ο Β μαθητής έχει καλύτερη επίδοση

**γ)**

Για τον Α μαθητή, η βαθμολογία σε αύξουσα σειρά είναι

 16 16 17 17 17 18 18 18 18 19 19 19 19 20

Με τη γνωστή διαδικασία βρίσκουμε ότι η διάμεσος είναι ίση με

 διάμεσος =  = 18

Ομοίως για τον Β μαθητή βρίσκουμε ότι η διάμεσος είναι ίση με 19

**4.**

Το ύψος των 12 παικτών της ομάδας μπάσκετ της ΑΕΚ σε cm είναι :

192, 197, 197, 198, 198, 200, 200, 201, 201, 204, 205, 206

**α)** Να βρείτε το μέσο ύψος της ομάδας

**β)** Να βρείτε την διάμεσο των υψών της ομάδας.

**γ)** Αν ο παίχτης με ύψος 192 cm αντικατασταθεί με άλλον ύψους 200cm, ποιο

 είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Μέσο ύψος =  =

 = =199,9

**β)**

Τοποθετώντας τα ύψη σε αύξουσα σειρά έχουμε

 192 197 197 198 198 200 200 201 201 204 205 206

Διαγράφοντας τις ακραίες ανά δύο παρατηρήσεις προκύπτει

 

Άρα η διάμεσος είναι ίση με διάμεσος =  = 200

**γ )**

Το νέο μέσο ύψος θα είναι :

Μ = =  = 200, 58 cm

**5.**

Η θερμοκρασία το μεσημέρι κάθε ημέρας του Νοεμβρίου στον Άλιμο είναι

10, 14, 12, 16, 10, 14, 18, 16, 17, 14

16, 12, 17, 10, 12, 14, 14, 16, 12, 14

18, 14, 10, 14, 16, 10, 18, 12, 16, 14

**α)** Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

**β)** Να βρείτε την μέση θερμοκρασία και την διάμεσο των θερμοκρασιών

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Από τα δεδομένα του προβλήματος και την σχετική διαλογή προκύπτει ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων συμπληρωμένος με την γνωστή διαδικασία και με την στήλη των σχετικών συχνοτήτων

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Θερμοκρασία  | Συχνότητα | Σχετική Συχνότητα  |
| 10 | 5 | 0,17 |
| 12 | 5 | 0,17 |
| 14 | 9 | 0,30 |
| 16 | 6 | 0,20 |
| 17 | 2 | 0,06 |
| 18 | 3 | 0,10 |
| Σύνολο  | 30 | 1 |

**β)**

Μέση θερμοκρασία = =  = 14

Για να βρούμε την διάμεσο, αφού τοποθετήσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά, πράγμα που φαίνεται στον πίνακα συχνοτήτων, και επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιος, βρίσκουμε ποιες είναι οι δύο μεσαίες παρατηρήσεις .

Αυτή η δουλειά, επειδή οι παρατηρήσεις είναι πολλές, δεν είναι βολικό να γίνει με αναγραφή όλων των παρατηρήσεων και διαγραφή των ακραίων παρατηρήσεων ανά δύο . Αν σκεφτούμε ότι στις 30 παρατηρήσεις οι δύο μεσαίες είναι υπ’ αριθμόν

15η και 16η, τότε βλέποντας τον πίνακα συχνοτήτων διαπιστώνουμε ότι η 15η και η 16η παρατηρήσεις έχουν τιμή 14. Άρα : διάμεσος = 

**6.**

Σε μία πόλη 200 παιδιά παρουσιάζουν αλλεργική αντίδραση σ’ ένα φάρμακο σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

|  |  |
| --- | --- |
| Ηλικία παιδιών  | Συχνότητα |
| 0-2 | 50 |
| 2-4 | 40 |
| 4-6 | 60 |
| 6-8 | 30 |
| 8-10 | 10 |
| 10-12 | 10 |

**α)** Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων της κατανομής .

**β)** Να βρείτε την μέση ηλικία των παιδιών

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Ο πίνακας συχνοτήτων συμπληρωμένος και με την στήλη των σχετικών συχνοτήτων καθώς επίσης και με τις στήλες κέντρο κλάσης και τη στήλη του

το γινόμενου : ( κέντρο κλάσης ) **⋅** συχνότητα είναι ο παρακάτω

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ηλικία παιδιών  | Συχνότητα | Κέντρο κλάσης | Σχετική συχνότητα |   |
| 0-2 | 50 | 1 | 0,25 | 50 |
| 2-4 | 40 | 3 | 0,20 | 120 |
| 4-6 | 60 | 5 | 0,30 | 300 |
| 6-8 | 30 | 7 | 0,15 | 210 |
| 8-10 | 10 | 9 | 0,05 | 90 |
| 10-12 | 10 | 11 | 0,05 | 110 |
| Σύνολο  | 200 | ……. | 1 | 880 |

**β)**

Με βάση γνωστή θεωρία βρίσκουμε ότι : μέση ηλικία = = 4, 4 έτη

**7.**

Οι ηλικίες ενός δείγματος 200 φιλάθλων που παρακολουθούν έναν αγώνα τένις είναι :

|  |  |
| --- | --- |
| Ηλικία  | Συχνότητα |
| 9-15 | 24 |
| 15-21 | 48 |
| 21-27 | 56 |
| 27-33 | 36 |
| 33-39 | 24 |
| 39-45 | 12 |

Να βρείτε την μέση ηλικία των φιλάθλων

**Προτεινόμενη λύση**

Ο πίνακας συμπληρωμένος κατάλληλα γίνεται

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ηλικία  | Συχνότητα | Κέντρο Κλάσης  |  |
| 9-15 | 24 | 12 |  288 |
| 15-21 | 48 | 18 |  864 |
| 21-27 | 56 | 24 | 1344 |
| 27-33 | 36 | 30 | 1080 |
| 33-39 | 24 | 36 |  864 |
| 39-45 | 12 | 42 |  504 |
| Σύνολο  | 200 | …… |  4944 |

Επομένως η μέση τιμή των ηλικιών είναι μέση ηλικία =  = 24, 72 έτη

**8.**

Μία ένωση καταναλωτών κατέγραψε την τιμή πώλησης ενός προϊόντος (σε €) σε 20 διαφορετικά σημεία πώλησης με τα παρακάτω αποτελέσματα

50, 47, 51, 45, 54, 49, 46, 52, 48, 50

51, 49, 52, 49, 47, 50, 54, 52, 49, 53

**α)** **i)** Να τοποθετήσετε τα δεδομένα αυτά σε πίνακα συχνοτήτων

 **ii)** Να βρείτε την τιμή πώλησης Μ του προϊόντος

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις  | Συχνότητες |
| 45-47 |  |
| 47-49 |  |
| … |  |
| … |  |
| … |  |

**β)** **i)** Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε

 κλάσεις όπως φαίνεται στον διπλανό

 πίνακα

 **ii)** Να βρείτε την μέση τιμή πώλησης Μ ΄

 των ομαδοποιημένων δεδομένων του

 πίνακα

 **iii)** Ποια είναι η πραγματική μέση τιμή

 η Μ ή η Μ΄ ;

|  |  |
| --- | --- |
| Τιμές  | Συχνότητα |
| 45 | 1 |
| 46 | 1 |
| 47 | 2 |
| 48 | 1 |
| 49 | 4 |
| 50 | 3 |
| 51 | 2 |
| 52 | 3 |
| 53 | 1 |
| 54 | 2 |
| Σύνολο  | 20 |

 **Προτεινόμενη λύση**

**α)**

**i)** Με βάση τα δεδομένα και την σχετική

 διαλογή ο πίνακας συχνοτήτων είναι ο

 διπλανός

**ii)**

Μέση τιμή : Μ =  =

 ==

 = = 49,9 €

**β)**

Ομαδοποιώντας τα δεδομένα σε κλάσεις , κάνοντας διαλογή και συμπληρώνοντας κατάλληλα τον πίνακα βρίσκουμε

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις  | Συχνότητες | Κέντρο Κλάσης  |  |
| 45-47 | 2 | 46 | 92 |
| 47-49 | 3 | 48 | 144 |
| 49-51 | 7 | 50 | 350 |
| 51-53 | 5 | 52 | 260 |
| 53-55 | 3 | 54 | 162 |
| Σύνολο  | 20 | …… | 1008 |

**i)**

**ii)** Νέα μέση τιμή Μ΄= = 50,4 έτη

**iii)** Είναι φανερό ότι η πραγματική μέση τιμή είναι η Μ = 49, 9 έτη